



TITLE:

軟弱地盤の安定・圧密問題における信頼性解析に関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

西村, 伸一

CITATION:

西村, 伸一. 軟弱地盤の安定・圧密問題における信頼性解析に関する研究. 京都大学, 1993, 博士(農学)

ISSUE DATE:

1993-05-24

URL:

<https://doi.org/10.11501/3067551>

RIGHT:

②

軟弱地盤の安定・圧密問題における

信頼性解析に関する研究

1993年

西村 伸一

1. 序論	1
1.1 信頼性設計法における本研究の位置づけと目的	1
1.2 軟弱地盤の安定, 圧密問題における本研究の背景	3
1.3 本論文の構成	4
参考文献	6
2. 土質定数の統計モデル	7
2.1 概説	7
2.2 非排水強度の統計モデル	9
2.3 安定・圧密に関連した土質定数の統計的性質	14
参考文献	16
3. 信頼性解析手法	18
3.1 概説	18
3.2 地盤の安定・沈下解析への信頼性理論の導入	18
3.2.1 安定問題	18
3.2.2 沈下問題	21
3.3 一次近似理論を用いた信頼性解析手法	22
3.4 モンテカルロシミュレーション法を用いた信頼性解析手法 ...	23
3.4.1 モンテカルロシミュレーションの概要	23
3.4.2 多変数一次元確率場のシミュレーション	24
3.4.3 一変数二次元確率場のシミュレーション	25
参考文献	28
4. 圧密強度増加を考慮した軟弱地盤の信頼性解析	30
4.1 概説	30
4.2 解析対象地盤の概要	31

4.3	信頼性解析手法	36
4.4	強度増加率	37
4.5	モンテカルロシミュレーション法による非排水強度の推定	38
4.6	解析パラメータの統計モデル	39
4.7	解析条件	43
4.8	解析結果および考察	44
4.8.1	モンテカルロ法による圧密強度増加の推定	44
4.8.2	安定解析結果	51
4.9	まとめ	53
	参考文献	55
5.	土質定数のばらつきを考慮した一次元圧密解析 (I)	57
5.1	概説	57
5.2	圧密信頼性解析手法	59
5.2.1	有限要素法圧密解析手法	59
5.2.2	変形特性	60
5.2.3	透水係数	60
5.2.4	モンテカルロシミュレーション法	61
5.3	解析パラメータの統計モデル	61
5.3.1	解析パラメータの分布	61
5.3.2	統計モデルの決定手法	61
5.4	解析条件	66
5.5	解析結果および考察	68
5.5.1	解析ケース1 一載荷重を変化させた場合	68
5.5.2	解析ケース2 一載荷重小で確率変数を変化させた場合	75
5.5.3	解析ケース3 一載荷重大で確率変数を変化させた場合	81
5.6	まとめ	87
	参考文献	88
6.	土質定数のばらつきを考慮した一次元圧密解析 (II)	90

6.1	概説	90
6.2	圧密信頼性解析手法	91
6.2.1	非線形有限要素法	91
6.2.2	Barronの近似解による解析手法	91
6.2.3	モンテカルロシミュレーション法	92
6.3	解析パラメータの統計モデル	93
6.3.1	体積圧縮係数, 透水係数の空間分布	93
6.3.2	体積圧縮係数, 透水係数の統計モデルの決定	95
6.4	有限要素法による解析	97
6.4.1	解析条件	97
6.4.2	解析結果および考察	100
6.5	Barronの近似解を用いた解析	108
6.5.1	解析条件	108
6.5.2	解析結果および考察	108
6.6	まとめ	115
	参考文献	117

7. 確率有限要素法の掘削斜面安定解析への適用と

	解析パラメータの推定法	118
7.1	概説	118
7.2	掘削斜面安定解析に対する確率有限要素法	119
7.2.1	変位, 応力の平均, 共分散の定式化	119
7.2.2	斜面の局部破壊確率の定式化	121
7.2.3	斜面の全体破壊確率の定式化	123
7.3	状態境界面理論による確率有限要素法入力パラメータの決定法	125
7.3.1	解析に必要なパラメータ	125
7.3.2	基礎パラメータ	126
7.3.3	FEM解析に必要なパラメータの決定法	127
7.3.4	解析パラメータの変動性の決定	131
7.4	解析条件	131

7.5 解析パラメータの統計モデル	133
7.6 解析結果および考察	139
7.6.1 斜面の局部破壊確率	139
7.6.2 斜面の全体破壊確率	142
7.7 まとめ	146
参考文献	148
8. 総括	150
付録	152

1. 序論

1.1 信頼性設計法における本研究の位置づけと目的

構造物等の設計の際、そこに多くの不確定な要因が介在することは、多くの技術者が経験する周知の事実である。そのような種々の要因に対処するための様々な実験的、もしくは解析的研究がなされている。その中で、近年、従来の安全率法に代わる設計法として信頼性設計法に関する研究が進められてきた。信頼性設計方法とは、一言でいえば、設計に関する不確定性 (uncertainty) を従来法に比較してより厳密に正確に反映させるための設計法である。また、それを行うための具体的な解析手法は信頼性解析手法と呼ばれる。

構造物の設計に含まれる不確定性は大まかに、次の5つに大別することができる^{1), 2)}。

- (1) 荷重や材料物性値にみられる本来的な不確定性
- (2) 有限個数のデータに基づいて物性値などの確率分布を推定するために生じる統計的不確定性
- (3) 荷重、構造物のモデル化に含まれる不確定性
- (4) 荷重や材料物性値を決定するに際しての試験誤差、測定誤差
- (5) 設計法が含む誤差

信頼性設計は、これらの不確定性を設計に正確に反映させることを目指している。

以下では、信頼性解析に関する理解を容易にするため、一例として、上記の不確定要因の(1)だけを考えた場合の具体的な安定問題の考え方を示す。

構造物の安全率は、一般的には次の式で定義される。

$$F_s = \frac{X}{Y} \quad (1.1)$$

ここで、 X は抵抗力、 Y は荷重である。 X として考えられるのは、例えば地

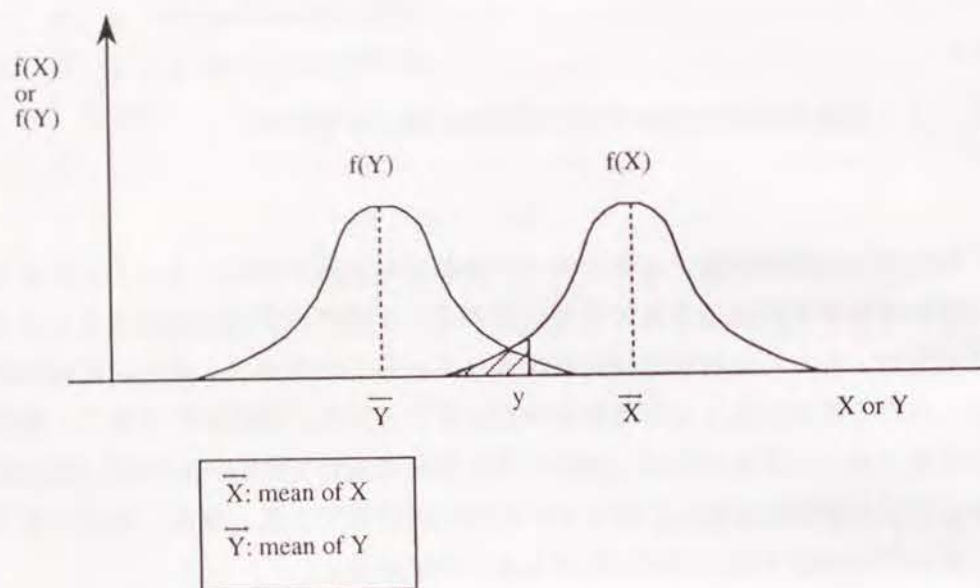


Fig.1.1 破壊確率の概念

盤の問題においては地盤のせん断抵抗力を考慮することができる。また、 Y としては、盛土、掘削などによって生じる静的荷重、あるいは地震力、風力などの動的荷重が考えられる。一般には、設計安全率が斜面安定に対しては1.2、直接基礎の支持力に対しては3.0というように経験に基づいて設定されており、 X, Y のもつ不確定性に対処している。これに対して、信頼性解析法では X, Y を確率変数として捉えており、基本的には次式で定義される破壊確率によって構造物の安定性を評価しようとするものである。

$$P_f = \text{Prob}(X < Y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y) F_X(y) dy \quad (1.2)$$

$$F_X(y) = \int_{-\infty}^y f_X(x) dx \quad (1.3)$$

$f_Y(y), f_X(x)$: X, Y の確率密度関数

これを概念的に示したのがFig.1.1である。図中、影のつけてある部分が(1.3)式で示した $F_X(y)$ に対応している。図から明らかなように、 $F_X(y)$ は強度

が $X=y$ の値をとるときの破壊確率を表わしている。すなわち、抵抗力の平均値 \bar{X} が荷重の平均値 \bar{Y} を上回っていても、破壊する可能性が常に存在する。したがって、 X, Y の統計、確率統計上の情報を正確に設計に反映させるためには、破壊確率を用いることが合理的であることが理解できる。

上記では理解を容易にするために破壊確率を用いたが、一般には信頼性設計は、レベル1～レベル3の3つに分けて考えられている。ここで、レベル1は限界状態設計法における部分安全係数を用いる方法である。レベル2は信頼性指標を用いる方法で、これには確率変数の平均と分散までを用いるので二次モーメント法とも呼ばれる。レベル3は、上記のように確率変数の分布形までを詳細に考慮し、破壊確率によって構造物の安全性を評価しようとするものである。

本研究は、土質工学の分野において、特に軟弱地盤の安定、圧密に関する信頼性設計法の発展に寄与しようとするものである。特に、本研究ではレベル2を中心として、その中で求められる信頼性指標、あるいはさらにそれから計算される破壊確率を求める信頼性解析手法に関する基礎的研究を主眼にしている。また、信頼性解析は狭義には破壊に対する安定問題を対象とするものであるが、本研究では地盤の圧密に関する統計的解析も信頼性解析に含めて考えた。

上記の5つの不確定要因は互いに相関しており、独立に考えることは不可能であるが、本研究では(1)の不確定要因（特に土質パラメータの変動性）を取り扱うための解析手法の研究を行うに留まった。(2)～(5)の不確定要因の定量化は困難な問題を含むが、重要事項であるので、この問題については今後の研究に委ねたい。

1.2 軟弱地盤の安定、圧密問題における本研究の背景

軟弱地盤において安定解析を行う場合、一般にはせん断強度として一軸圧縮強度が用いられているが、これを用いた安定解析法である $\phi_u=0$ の仮定に基づく円弧すべり解析法は精度のよい安定解析法であることが知られている³⁾。しかしな

がら、一軸圧縮強度は q_u は、一般に、本来の地盤の不均一性、サンプリング時の乱れによって大きくばらつくパラメータであることは周知の事実である。また、圧密の計算を行う場合、通常はTerzaghiの一次元圧密圧密理論が用いられる。あるいは、サンドドレーンが施工された地盤における軸対称問題ではBarronの近似解が用いられる。この場合、土質パラメータとして体積圧縮係数 m_v 、圧縮指数 C_c 、圧密係数 c_v が用いられるが、 m_v 、 C_c や c_v も一軸圧縮強度と同様に変動性を有する。

このような土質定数の変動性が安定、圧密の解析に考慮されるのはきわめて合理的であると考えられる。この立場から、本研究は、土質定数の変動性を考慮した軟弱地盤の安定と圧密に関する信頼性解析を取り扱っている。地盤を土質定数の確率場と考えることによって土質定数の変動性を解析に考慮しているが、特に、その土質定数の統計量を安定、圧密解析に考慮する手法を開発することを主眼にしている。

1.3 本論文の構成

本論文は、大きく分けて2つの部分から構成される。2章、3章では信頼性解析に関する基礎理論について、4～7章では応用理論を示した。

2章では、軟弱地盤の安定、圧密に関する土質定数の統計モデルについて述べている。2.2節ではそのモデル化に関する手法について、2.3節では統計量に関する従来の研究について述べた。

3章では、解析手法に関する解説を行った。3.2節では信頼性解析に関する理解を容易にするため、沈下と安定の問題に関して簡単な例を取り上げ、解析結果である沈下量、せん断破壊確率の理論解を求めた。3.3節では、信頼性解析の数値解法における近似解法の一つとして、テラー展開による線形近似を利用する方法について述べた。3.4節では最も複雑な問題に対して、モンテカルロ

シミュレーション法を用いる方法を示した。おもに、本論文4章以下の応用問題に対してはモンテカルロ法を中心に用いた。

4章では、盛土に伴う軟弱地盤の安定問題を取り扱った。特にここでは、正規圧密aged粘土からなる地盤に対して、圧密による強度増加を考慮した解析を行った。ここでは、一軸圧縮強度から求めた非排水強度と圧密降伏応力を確率変数として取り扱った。解析手法としては、 $\phi_u=0$ 円弧すべり解析手法にモンテカルロシミュレーション法を導入した方法を用いた。

5章、6章では一次元圧密問題を取り扱った。解析手法としては、圧密途中の弾性係数、透水係数の変化を考慮できるように非線形有限要素法を用い、これにモンテカルロ法を導入した。5章では、地盤を完全な正規圧密と仮定し、片面排水の一次元圧密解析を行った。特に、圧密に関与する各パラメータの変動と載荷重の相違が、解析結果である沈下量、間隙水圧の変動性に与える影響について理論的考察を行った。6章ではサンドドレーンからの排水を考えた解析を行い、実際の現場の施工実績に合わせた解析を行った。特にこの章では、解析結果である沈下量の平均値、標準偏差と沈下実測値の比較を行った。また、簡便な実用的方法としてBarronの近似解を用いた解析も行い、有限要素法を用いた場合との比較検討を行った。

7章では、軟弱地盤の掘削時における斜面の安定問題に、テラー展開による線形近似を用いた確率有限要素法を適用した。ここでは、非排水強度、ヤング係数、単位体積重量、静止土圧係数を確率変数と考えた。また、これらの土質定数の統計モデルを、物理試験、標準圧密試験、 \overline{CU} 三軸圧縮試験から求められる6つの基本パラメータに基づいて、構成式（ここではオリジナルカムクレイモデル）を経由して求め、個々の土質定数の変動性と定数間の相関関係を理論的に明らかにしようとした。最終的に、掘削時の地盤の破壊確率を求めた。

- 1) 星谷 勝, 石井 清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会(1986)
- 2) 土質工学会: 土質基礎の信頼性設計, 土質基礎工学ライブラリー 28 (1985)
- 3) Nakase, A.: The $\phi_u=0$ Analysis of Stability and Unconfined Compression strength, Soils and Foundations, Vol. 7, No. 2, pp. 33-50 (1967)

2. 土質定数の統計モデル

2.1 概説

本章では信頼性解析の第一段階である土質定数の統計モデル化について解説を行う。

一般に土質定数は、次に示す3つの原因により変動を持つと考えられる¹⁾。

- (1) 地盤固有の不均質性
- (2) 情報の不足に起因する不確定性
- (3) 調査, 試験にともなう不確定性

土質定数の統計モデルを正確に決定するためには、上記の3つの原因を分離して取り扱わなければならない。(2), (3)の不確定性について積極的に考察を行った研究としては、Tangら²⁾や、Matsuo and Syogaki³⁾の研究が見られるが、現在のところ3つの原因を分離して取り扱うことは一般に困難である。このようなことから、本研究では1章でも述べたように、土質定数があたかも(1)による変動性のみを有しているかのように取り扱った。ただし、土質試験結果に関しては十分な吟味を行い、明らかに大きな試験誤差を含んでいるような場合(例えば、乱れの影響を強く受けていると考えられるような場合)はそのデータを棄却することとした。

本研究では、土質定数を空間における確率過程として捉えている。その場合、土質定数の変動性を表現するためには少なくとも3つのパラメータが必要である。すなわち、平均 μ 、分散 σ^2 、自己相関係数 r の3つである。ただし、自己相関関数は深さ方向に関するものを表わしている。

$$\mu = \frac{1}{V} \int_V u \, dV \quad (2.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{V} \int_V (u - \mu)^2 \, dV \quad (2.2)$$

$$r(\tau) = \frac{1}{V} \int_V \frac{\{u(Z) - \mu\} \{u(Z+\tau) - \mu\}}{\sigma^2} dV \quad (2.3)$$

ここで、 V は空間領域、 τ は深さ Z 方向の2点間の距離を表わす。

上記の3つの値は土質定数2次モーメントを表わしているが、さらに詳細な考察が必要な場合は分布形を特定しなければならない。一般には、土質定数は、正規分布、または対数正規分布に分類されることが多い。また、さらに最大値、最小値の定義できる分布形として β 分布が用いられる。

土質定数を確率過程と捉えた代表的な研究としては、Vanmarcke^{4), 5)}の研究を挙げることができ、これが利用されることが多い。この場合、自己相関関数を直接解析に用いる代わりに次の式で定義される分散関数が用いられる。

$$\Gamma^2(T) = \frac{1}{T^2} \int_T \int_T r(Z_1 - Z_2) dZ_1 dZ_2 \quad (2.4)$$

これによって、区間 T で平均化された分散 σ_T^2 が次の式で与えられる。

$$\sigma_T^2 = \Gamma^2(T) \sigma^2 \quad (2.5)$$

通常、土質サンプリングにおいてはそのサンプリング位置が確定しているため、その情報を積極的に取り入れるための手法としてクリッキング^{6), 7)}が存在する。すなわち、この手法によるとサンプリング位置において確率過程が確定化され、理想的にはより現実に近い確率過程を土質定数に当てはめることができる^{21), 22)}。

本研究では、確率過程を分散関数のかたちには置き換えずに、平均値、分散値、自己相関関数を直接解析に取り入れる方法をとった。また、クリッキングは、本質的に三次元確率場の定式化を必要とする。実際には、三次元確率場の表現にはサンプリングデータの数で十分でない場合が多く、また、厳密に確率場を表現しようとすることによって解析が複雑なものとなる。したがって、本研究ではこの方法は採用しなかった。すなわち、確率過程に拘束条件を設けないこととした。

本章では、続く2.2節で、軟弱地盤の安定問題に対して最も重要なパラメータである非排水強度の統計モデルについて示した。ここでは、例として非排水強度を取り上げているが、同じモデル化を他のパラメータにも当てはめることができる。また、2.3節にはこれまでに調べられている軟弱地盤の安定と圧密に関する土質定数の統計モデルについて、これまでに調べられてきた報告結果を紹介

した。

2.2 非排水強度の統計モデル

本節では、軟弱地盤の安定問題を取り扱う場合に最も重要なパラメータである、非排水強度の統計モデルについて説明を行う。特に、非排水強度については松尾、浅岡が体系的に考察を行っており^{8), 9)}、ここではその理論について述べる。

海成軟弱地盤は、地盤の水平方向の相関性が非常に強いので、簡単化のため水平方向を完全相関とみなし、Fig.2.1に示すように地盤の鉛直方向にのみ着目してデータを整理することが多い。非排水強度 $c_u(Z)$ の深さ Z 方向に対する統計モデルは、一般的に(2.6)式を用いて表現することができる。これは、平均値と標準偏差が深さ方向に対して直線的に増加していく（あるいは一定）ことを示している。また、正規圧密土の場合は深さ方向に対して変動係数がほぼ一定となることが知られている⁸⁾。

$$c_u(Z) = \mu(Z) + \sigma(Z) u(Z) \quad (2.6)$$

$\mu(Z) = c_0 + kZ$: $c_u(Z)$ の平均値関数

$\sigma(Z) = \sigma_0 + \kappa Z$: $c_u(Z)$ の標準偏差関数

c_0 : $Z=0$ における強度の平均値

σ_0 : $Z=0$ における強度の標準偏差

k : 強度の平均値の増加勾配

κ : 強度の標準偏差の増加勾配

$u(Z)$: $N(0,1)$ 型の基準化された正規変数

平均値 $\mu(Z)$ 、標準偏差 $\sigma(Z)$ は深さ Z 面内に含まれる n 個のデータから(2.7)式、(2.8)式に示すように求めることができる。しかし、実際には同一深さにおいて多数のサンプルデータを得ることは困難であるので、地盤を2~3m程度に層分けし、各々の層において平均値と標準偏差を求めることが多い。

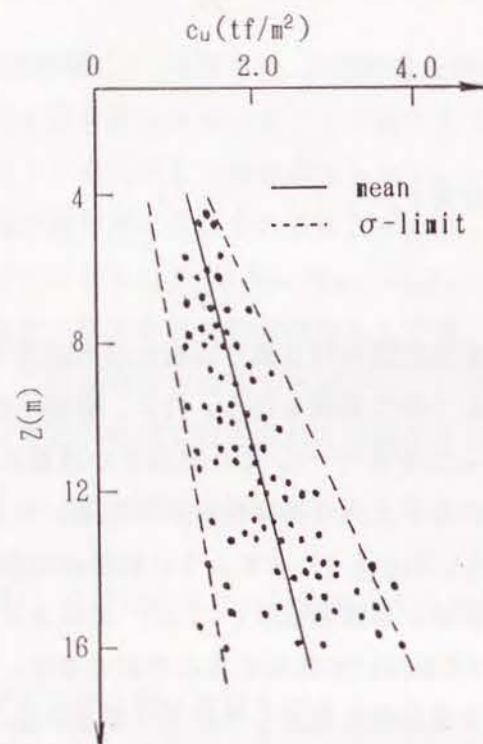


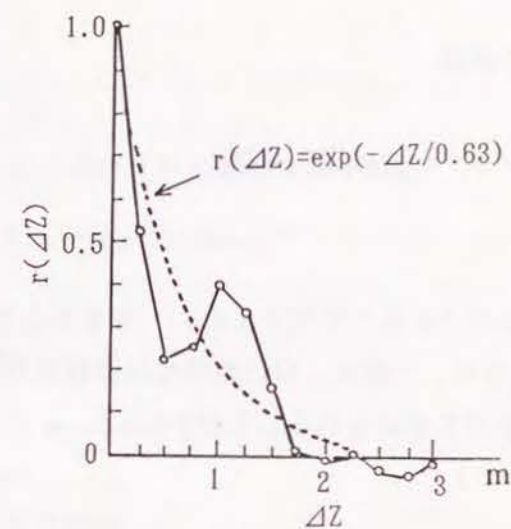
Fig. 2.1 非排水強度 c_u の分布 (松尾⁹⁾)

$$\mu(Z) = \frac{\sum_{i=1}^n c_{ui}(Z)}{n} \quad (2.7)$$

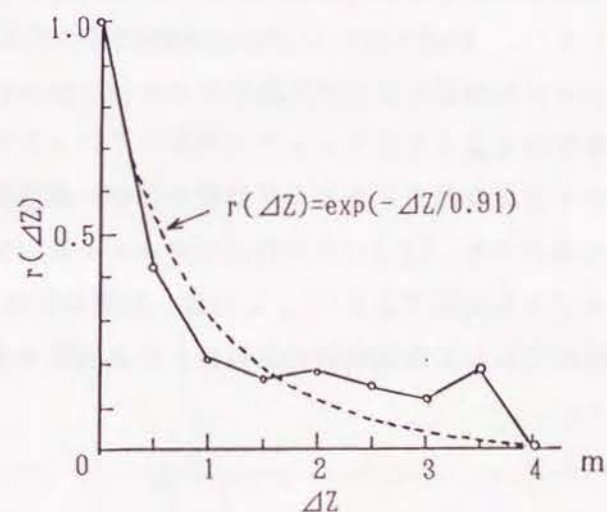
$$\sigma^2(Z) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (c_{ui}(Z) - \mu(Z))^2 \quad (2.8)$$

土質パラメータは空間的な相関性を有しているが、(2.6)式における確率変数 $u(Z)$ の自己相関関数を(2.9)式から決定することができる。

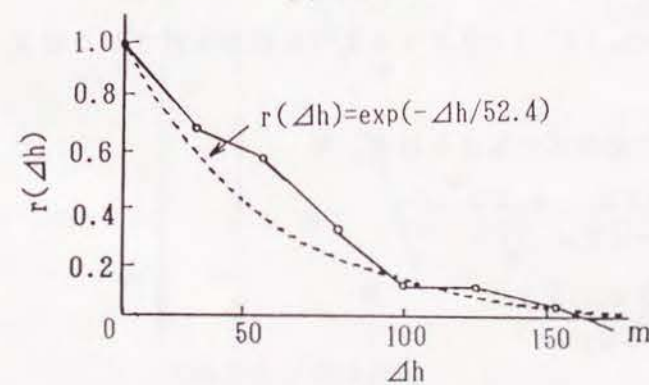
$$r(\Delta Z) = \frac{1}{(\sum_{i=1}^n n_i - 1)} \times \sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j=1}^{n_i} [\{c_{uj}(Z_i) - \mu(Z_i)\} \{c_{uj}(Z_i + \Delta Z) - \mu(Z_i + \Delta Z)\}]}{\sigma(Z_i) \cdot \sigma(Z_i + \Delta Z)} \quad (2.9)$$



(a) 鉛直方向



(b) 鉛直方向



(c) 水平方向

Fig. 2.2 非排水強度の自己相関関数 (松尾⁹⁾)

ΔZ : 深さ方向の2点間の距離

n : ボーリング孔の数

m : 深さ方向のサンプリングデータの組合せ数

$i=1,2,\dots,m$

$j=1,2,\dots,n_i$

松尾らによっていくつかの ΔZ について $r(\Delta Z)$ が求められた事例をFig.2.2に示す。図に示されるように、一般に、自己相関性は指数関数的に減衰することがわかっており、次の式が当てはめられることが多い。

$$r(\Delta Z) = \exp(-\Delta Z/\delta) \quad (2.10)$$

δ : 自己相関距離

非排水強度は、正規分布することが知られており、その変動係数は0.2~0.4であると報告されている¹⁾。鉛直方向の自己相関距離に関しては、0.6~1.3mの値が報告されている。これに対して、水平方向については、50~300m程度のかかなり長い距離が報告されている。

上記の方法で統計モデルを決定しようとした場合、データ数は十分でないことが多い。このような場合でも、(2.11)式の自己回帰モデルを用いれば、比較的少ないデータで統計モデルを決定できる¹⁰⁾。これは、地盤の物理定数、力学定数の空間的な相関性が距離に対して指数関数的に減衰すると仮定できるためである⁸⁾。

$$U_i = \alpha_0 + \alpha_1 U_{i-1} + \varepsilon_i \quad (2.11)$$

$$U_i = c_u(Z'_i) / Z'_i$$

$i=1,\dots,N$

N : データ数 ($=\sum_{j=1}^m n_j$)

Z' : $Z'=0$ のとき $c_u(Z')=0$ となるように座標変換された深さ (Fig.2.3参照)

α_0, α_1 は回帰係数で次の式で与えられる。

$$\alpha_0 = \frac{\sum u_i^2 - \sum u_{i-1} \sum u_i - \sum u_{i-1} u_i \sum u_{i-1}}{n \sum u_i^2 - (\sum u_{i-1})^2} \quad (2.12)$$

$$\alpha_1 = \frac{n \sum u_{i-1} u_i - \sum u_{i-1} \sum u_i}{n \sum u_i^2 - (\sum u_{i-1})^2} \quad (2.13)$$

ここで, $\Sigma = \sum_{i=2}^n$

ε_i : 平均0, 分散 σ_{ε}^2 の互いに独立な確率変数

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{n-3} \sum_{i=2}^n \{u_i - \alpha_0 - \alpha_1 u_{i-1}\}^2 \quad (2.14)$$

$$\mu(Z') = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} Z' \quad (2.15)$$

$$\text{Var}[c_u(Z')] = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{1-\alpha_1^2} Z'^2 \quad (2.16)$$

$$\delta = -\Delta S / \ln \alpha_1 \quad (2.17)$$

ΔS : サンプリング間隔

(2.11)式を用いると(2.15)式, (2.16)式から平均値関数, 分散関数(2.17)式から自己相関距離を決定することができる。

これらの式は, c_u に関する確率過程が定常過程に達していることを仮定しているが, 次の方法によってその簡単なチェックをすることができる¹⁰⁾。すなわち, 同じデータを用いて(2.11)式の代わりに次の式をあてはめる。

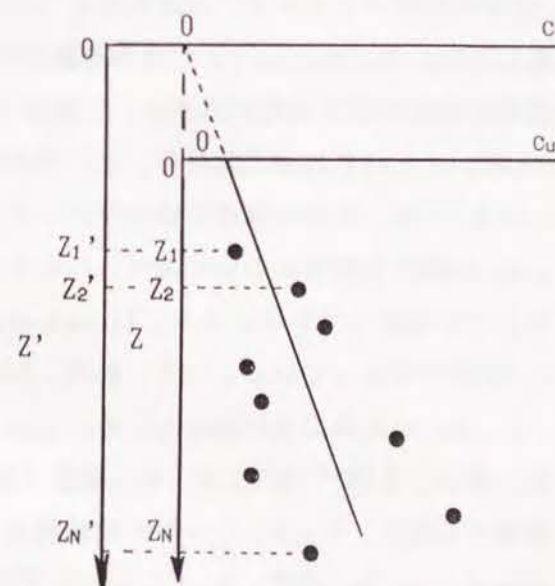


Fig.2.3 Z' 軸の設定

$$V_j = \beta_0 + \beta_1 V_{j-1} + \varepsilon_j \quad (2.18)$$

$$j = N+1-i, i=1, \dots, N$$

ここで、 α_0, α_1 がそれぞれ β_0, β_1 に等しければ、確率過程は定常状態に達していると考えてよい。

2.3 安定・圧密に関連した土質定数の統計的性質

ここでは、これらの軟弱地盤の安定、圧密に関する土質パラメータについて従来から報告されている統計的性質について紹介する。すなわち、安定性に関しては、非排水強度 c_u 、圧密に関して、圧縮指数 c_c 、初期間隙比 e_0 、体積圧縮係数 m_v 、圧密係数 c_v 、透水係数 k 、圧密降伏応力 p_c などについて、また、さらに基本的な物理量としての含水比 w 、塑性限界 w_p 、液性限界 w_l などのコンシステンシー限界の統計的性質について示す。

Lumb^{(12), (13), (14)} は、各種の土質パラメータの分布特性について調べているが、その中で安定と圧密に関しては、 c_u, e_0, C_c, c_v の分布を調べている。 c_u に関しては、平均値、標準偏差は地盤の深さ方向に増加し、正規分布することを示した。また、 w_p, w_l, w, e_0, C_c はそれぞれが正規分布、 c_v が対数正規分布であることを示している。Krizekら⁽¹⁵⁾ は、圧密に関連したパラメータである w, C_c 、圧縮比 $m_c, C_v, p_c, m_v, w_p, w_l$ の統計的性質について調べ、これらの、パラメータが正規分布とよく適合することを報告している。また、Alonso and Krizek⁽¹⁶⁾ は、 w の空間的相関性について報告を行っている。一方、堀内、川村⁽¹⁷⁾ は軟弱地盤のデータを対象にして、 C_c, m_c が正規分布に適合し、 c_v と m_v が対数正規分布に適合することを示した。奥村、土田⁽¹⁸⁾ は m_v, c_v, m_v 傾度（標準圧密試験における $\log m_v - \log P$ 関係の勾配）、 C_c, p_c について比較的多くのデータについて考察を行った。そのなかで、 m_v, m_v 傾度、 p_c, C_c については正規分布、 c_v に関しては、正規分布と対数正規分布の両方の場合があることを示した。また、 $C_c, m_v, \log c_v$ の鉛直方向、水平方向の自己相関性について考察を行っている。

地盤の透水係数に関しては、必ずしも軟弱地盤に関するものではないが、Freeze⁽¹⁹⁾ はそれが対数正規分布に適合することを示している。また、Byersら⁽²⁰⁾ も透水係数が対数正規分布することを示しており、また、地盤の水平方向、鉛直方向の自己相関性を求めている。松尾、浅岡⁽¹¹⁾ は前節で示した非排水強度の統計的性質のほかに、 m_c, C_c, e_0 の統計的性質について考察を行っている。その中で、 m_c, C_c, e_0 の変動係数がそれぞれ、0.1~0.35, 0.1~0.5, 0.05~0.2であることを示した。

- 1)土質工学会：土質基礎の信頼性設計，土質基礎工学ライブラリー28(1985)
- 2)Tang, W.H., Yuceman, M.S. and Ang, H-S.: Probability - based short term design of soil slopes, Canadian Geotechnical Journal, Vol.13, pp.201-215(1976)
- 3)Matsuo, M. and Shogaki, T.: Effect of Plasticity and Sample Disturbance on Statistical Properties of Undrained Shear Strength, Soils and Foundations, Vol.28, No.2, pp.14-24(1988)
- 4)Vanmarcke, E.H.: Probabilistic Modeling of Soil Profiles, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.103, No.11, pp.1227-1246(1977)
- 5)Vanmarcke, E.H. Random Fields - Analysis and Synthesis -, MIT Press(1984)
- 6)Matheron, G.: Principle of Geostatistics, Economic Geology, Vol.58, pp.1246-1266(1963)
- 7)Ripley, B.D.: Spatial Statistics, John Wiley and Sons(1981)
- 8)Matsuo, M and Asaoka, A.: Probability Model of Undrained Strength of Marine Clay Layer, Soils and Foundations, Vol.17, No.3, 53-68(1977)
- 9)松尾 稔：地盤工学 - 信頼性理論の理念と実際 -, 技報堂(1984)
- 10)Asaoka, A. and A-Griivas, D.: Spatial Variability of the Undrained Strength of Clays: Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.108, No. GT5(1982)
- 11)松尾 稔, 浅岡 顕：沈下予測に関する統計的考察，土木学会論文報告集，第225号，pp.83-74(1974)
- 12)Lumb, P.: The Variability of Natural Soil, Canadian Geotechnical Journal, Vol.3, No.2, pp.74-97(1966)
- 13)Lumb, P.: Safety Factors and the Probability Distribution of Strength, Canadian Geotechnical Journal Vol.7, No.3, pp.225-242 (1970)
- 14)Lumb, P.: Spatial Variability of Soil Properties, Proc.2nd Int.Conf. on Application Statistics and Probability in Soil and Structural Eng.,

pp.397-421(1975)

- 15)Krizek, R.J., Corotis, R.B. and El-Moursi, H.H.: Probabilistic Analysis of Predicted and Measured Settlements, Canadian Geotechnical Journal, Vol.14, No.1, pp.17-33(1977)
- 16)Alonso, E.E. and Krizek, R.J.: Stochastic Formulation of Soil Properties, Proc.2nd Int.Conf. on Application Statistics and Probability in Soil and Structural Eng., pp.9-33(1975)
- 17)川村國夫, 堀内孝秀：信頼性設計のための土質の統計的性質，土と基礎，Vol.25, No.11, pp.11-18(1977)
- 18)奥村樹朗, 土田 孝：土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定，港湾技術研究所報告，第20巻3号，pp.131-168(1981)
- 19)Freeze, R.A.: A Stochastic-Conceptual Analysis of One-Dimensional Ground water Flow Nonuniform Homogeneous Media, Water Resources Research, Vol.11, pp.725-741(1975)
- 20)Byers, E. and Stephens, D.B.: Statistical and Stochastic Analyses of Hydraulic Conductivity and Particle-Size in a Fluvial Sand, Soil Sci. Soc. Am. J.47, pp.1072-1081(1983)
- 21)Soulie, M., Montes, P. and Silvestri V.: Modelling Spatial Variability of Soil Parameters, Canadian Geotechnical Journal, Vol.27, pp.617-630(1990)
- 22)Christakos, G.: A Stochastic Approach in Modelling and Estimating Geotechnical Data, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.11, pp.79-102(1987)

3. 信頼性解析手法

3. 1 概説

本章では、信頼性解析の根幹をなす信頼性指標 β ，破壊確率 P_f ，あるいは沈下量 ρ_f の平均値，分散値の具体的な計算手法を示す。

はじめに，3. 2節において，軟弱地盤の安定，沈下の問題への確率論の導入法についての基本的な理論の解説を行った。ここでは，理論式を示すために，円弧すべりと一次元圧縮の非常に単純な問題について解説を行った。すなわち，理論式を通じて，非排水強度，圧縮比などの土質定数の変動性が，地盤の安全率や沈下量の平均値，分散値等の統計量に理論上どの様に考慮されるのかについて明らかにした。実際の複雑な問題に対処するためには，円弧すべり解析における分割法や，沈下解析については有限要素法などの数値解析法を用いる必要がある。その場合は，確率論を導入するにあたって理論式を用いることが困難になる。したがって，近似式を用いる必要があるが，3. 3節においては，一つの方法としてのテラー展開を用いた線形近似法に関する解説を行っている。また，パラメータの変動が大きい場合や非線形性が強い場合は近似式を用いるのも困難になる。その場合には，モンテカルロシミュレーションが便利である。3. 4節ではそのモンテカルロシミュレーション法の解説を行った。

3. 2 地盤の安定，沈下解析への信頼性理論の導入

3. 2. 1 安定問題

通常，軟弱地盤の安定解析手法として用いられる $\phi_u=0$ 円弧すべり安定解析法を用いる場合について，以下に信頼性指標，破壊確率の定式化を示す¹⁾。ただし，簡単化のために，ここでは非排水強度のみを確率変数と考えた。

いま，Fig. 3.1に示すすべり円弧 L に対する性能関数は次式によって定義することができる。

$$Q_s = M_R / M_o - 1 = F_s - 1 = r_o R_L / M_o - 1 \quad (3.1)$$

M_R : 抵抗モーメント

M_o : 滑動モーメント

r_o : 円弧の半径

R_L : セン断抵抗力

F_s : 安全率

ここで，非排水強度が2章で示した統計モデルで表現されたとすると， Q_s の平均値，分散値を次の式によって求めることができる。

$$E[Q_s] = r_o E[R_L] / M_o - 1 \quad (3.2)$$

$$Var[Q_s] = r_o^2 Var[R_L] / M_o^2 \quad (3.3)$$

ここで， R_L はすべり面上のせん断抵抗力であるが，その平均値と分散値は次の式で表わされる。

$$E[R_L] = E\left[\int_L c_u(Z) dL\right] = \int_L \mu(Z) dL \quad (3.4)$$

$\mu(Z)$: $c_u(Z)$ の平均値関数

$Var[R_L]$

$$\begin{aligned} &= E\left[\left\{\int_L (c_u(Z) - \mu(Z)) dL\right\}\left\{\int_L (c_u(Z') - \mu(Z')) dL'\right\}\right] \\ &= \int_L \int_{L'} r(\Delta Z) \sqrt{Var[c_u(Z)] Var[c_u(Z')]} dL dL' \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで， $\Delta Z = |Z - Z'|$

$r(\Delta Z)$: c_u の自己相関関数

c_u の分布を正規分布とすると，(3.6)式の信頼性指標を用いることによって，(3.7)式から破壊確率を求めることができる。

$$\beta = \frac{E[Q_s]}{\sqrt{Var[Q_s]}} \quad (3.6)$$

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (3.7)$$

信頼性解析においては、上記の信頼性指標、破壊確率を用いて地盤の安定性を評価することができる。これらを用いると、非排水強度の平均値のみならず分散値、自己相関関数、分布形など、非排水強度の2次以上の統計量を地盤の安定性評価に導入できることが明らかである。土質定数の2次の統計量（平均、分散）が明らかなきは、(3.6)式の信頼性指標を用いることができる。また、 Q_c の分布形も明らかなきは破壊確率を用いることができる。(3.7)式は、パラメータの分布が正規分布の場合であり、対数正規分布、 β 分布など分布形状に応じて変換される必要がある。

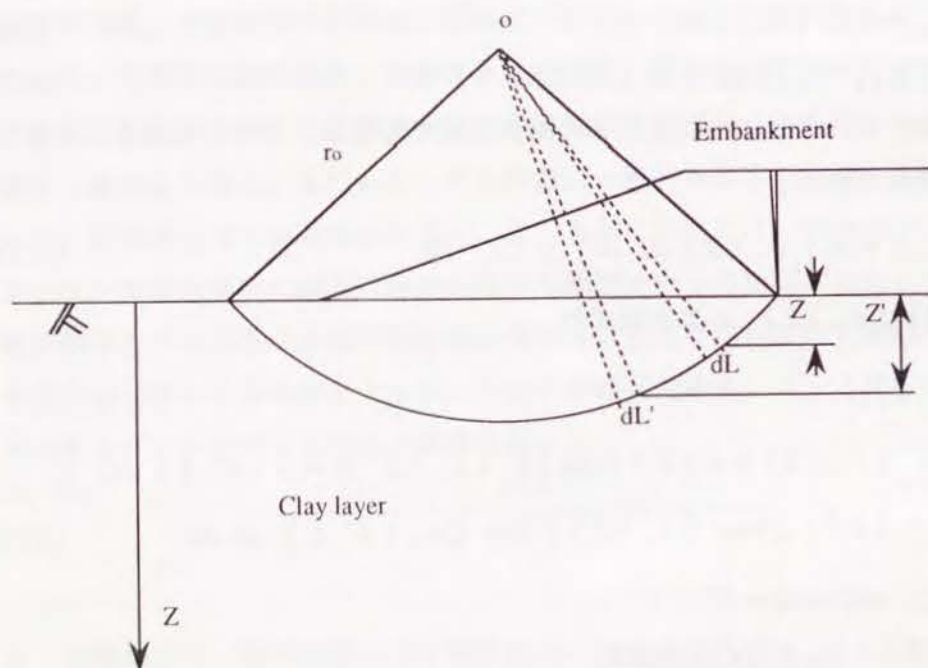


Fig. 3.1 安定問題の概念図

3.2.2 沈下問題

次に、一次元圧縮の場合について示す。(Fig. 3.2参照) 沈下量 ρ_f の計算には、通常 C_c 法、または m_v 法を用いることができるが、それぞれ次の式で表わされる。

$$\rho_f = \int_H m_c(Z) \log \frac{p_0 + \Delta p}{p_0} dZ \quad (3.8)$$

$$\rho_f = \int_H m_v(Z) \Delta p dZ \quad (3.9)$$

p_0 : 有効土被り圧

Δp : 載荷重

H : 層厚

$m_c(Z)$: 圧縮比 ($= \frac{C_c}{1+e_0}$)

e_0 : 初期間隙比

ここで、 C_c 法を用いる場合、沈下量の平均と分散が次の式で表わされる。

$$E[\rho_f] = \int_H c \cdot \mu(Z) dZ$$

$\mu(Z)$: m_c の平均値関数

$$c = \log \frac{p_0 + \Delta p}{\Delta p}$$

$$\text{Var}[\rho_f]$$

$$= c^2 \cdot E \left[\left\{ \int_H (m_c(Z) - \mu(Z)) dZ \right\} \left\{ \int_H (m_c(Z') - \mu(Z')) dZ' \right\} \right]$$

$$= c^2 \int_H \int_H r(\Delta Z) \sqrt{\text{Var}[m_c(Z)] \text{Var}[m_c(Z')]} dZ dZ' \quad (3.11)$$

$r(\Delta Z)$: m_c の自己相関関数

m_v 法を用いる場合は、(3.10)、(3.11)において $c = \Delta p$ とし、 m_c を m_v に置き換えればよい。ここで、 m_c, m_v が正規分布であれば、沈下量は(3.10)、(3.11)の平均値、分散値をもつ正規分布となる。

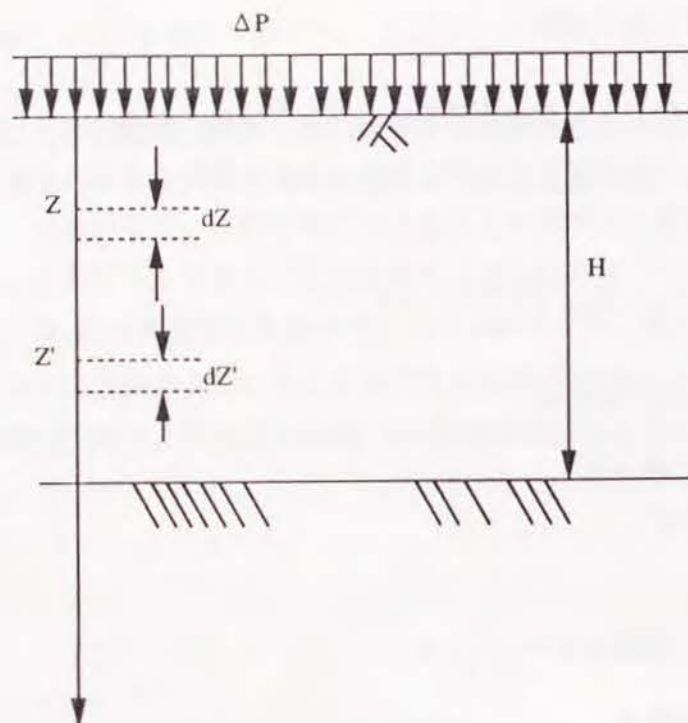


Fig.3.2 沈下問題の概念図

3.3 一次近似理論を用いた信頼性解析手法

本研究では、前節で説明したような理論解析で取り扱える問題より、より複雑な境界値問題を数値解析によって解くことを目的としている。その場合、求める関数を単純化する必要がある。そこで、ここでは前節で示したせん断抵抗力、沈下量などの求めるべき関数値の統計量を近似解法によって求める手法について解説を行う。

近似解法として定義される手法には、テーラー展開を利用した線形近似、二次近似法^{2), 3), 4), 5)} (あるいは摂動法⁶⁾とも定義することができる。), Rosenbluth法⁷⁾, Response-Surface法^{8), 9)}が存在する。本研究では7章において、テーラー展開を利用した線形近似を用いているので、ここではそれについて解説を行う。

確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n の関数を $u(X_1, X_2, \dots, X_n)$ の期待値と分散は次の式

で求まる。

$$E[u] = u(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \quad (3.12)$$

$$Var[u] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial u}{\partial X_i} \bigg|_E \frac{\partial u}{\partial X_j} \bigg|_E Cov[X_i, X_j] \quad (3.13)$$

μ_n : X_n の平均値

$|_E$: $X_1 = \mu_1, \dots, X_n = \mu_n$ での値を表す

また、2つの関数 $u(X_1, X_2, \dots, X_n), v(X_1, X_2, \dots, X_n)$ があるとき、 u と v のあいだの共分散が次の式で計算できる。

$$Cov[u, v] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial u}{\partial X_i} \bigg|_E \frac{\partial v}{\partial X_j} \bigg|_E Cov[X_i, X_j] \quad (3.14)$$

具体的に、これを安定、圧密の問題に当てはめる場合、確率変数 X が土質定数に対応することになり、関数 u が前節の性能関数 Q_s 、沈下量 ρ_f に対応する。

本手法は、次節で解説を行うモンテカルロ法に比較するとかなり計算時間を短縮できる利点がある。しかしながら、関数 u の非線形性が強い場合や、パラメータ X の変動が大きい場合は不向きなので、適用範囲が限られる。

3.4 モンテカルロシミュレーション法を用いた信頼性解析手法

3.4.1 モンテカルロシミュレーション法の概要

本研究では、3.2節で示したように、非排水強度、変形係数などの土質定数を確率過程とみなした解析を行っている。したがって、確率過程をモンテカルロ法を用いてシミュレートすることによって、解析結果であるせん断抵抗力や沈下量の統計量を知ることができる。本節では、その具体的なシミュレーション手法を示す。

確率過程をシミュレートするためのモンテカルロ法としては、

(1)三角級数モデルを用いる方法^{10), 11), 12)}

(2)AR-MAモデルを用いる方法^{13), 14)}

(3)共分散マトリクスの三角形行列分解を利用する方法¹⁵⁾

が存在する。本研究では第一法を用いており、以下ではその手法について論じる。但し、ここでは定常確率過程のみを扱うことにする。

3.4.2 多変数一次元確率場のシミュレーション

本節ではまず、数種類の互いに相関性をもった、すなわち(2.10)式のような自己相関、あるいは後の章で示す(4.6)式のような相互相関特性を有するパラメータの多変数一次元確率場のシミュレーション法について解説を行う。

X 軸方向の多変数確率場を $f_j(X)$ ($j=1, 2, \dots, m$) とする。ただし、 f は $N(0, 1)$ 型の確率変数であるとする、

$$E[f_j(X)] = 0 \quad (3.15)$$

また、次のようなスペクトル密度関数をもっているとする。

$$S(\omega) = \begin{pmatrix} S_{11}(\omega) & S_{12}(\omega) & \dots & S_{1m}(\omega) \\ S_{21}(\omega) & S_{22}(\omega) & \dots & S_{2m}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{m1}(\omega) & S_{m2}(\omega) & \dots & S_{mm}(\omega) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

ここで、スペクトル $S_{mn}(\omega)$ と相互相関関数 $R_{mn}(\tau)$ は次式で示すWeiner-Khintchine変換の関係にある。

$$S_{mn}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{mn}(\tau) \cdot \exp\{-i(\omega \cdot \tau)\} d\tau \quad (3.17)$$

R_{mn} : f_m, f_n の間の相互相関関数

また、ここでは、クロススペクトルが虚数部を持たない場合を考えている。

ここで、 $S(\omega)$ は、次のように $H(\omega)$ に分解できる。

$$S(\omega) = H(\omega) H(\omega)^T \quad (3.18)$$

$$H(\omega) = \begin{pmatrix} H_{11}(\omega) & 0 & \dots & 0 \\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{m1}(\omega) & H_{m2}(\omega) & \dots & H_{mm}(\omega) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

最終的に、確率場 $f_j(X)$ は次の式によって得られる。式から明らかなように、中心極限定理に基づいて正規乱数が発生される。

$$f_j(X) = 2 \sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^N H_{jm}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_n X + \Phi_{mn}) \quad (3.20)$$

ここで、 $\omega_n = (n-0.5) \cdot \Delta\omega$

$\Delta\omega = \omega_u / N$

ω_u : 角振動数の上限値

Φ_{mn} : $0 \sim 2\pi$ に一様分布する乱数

ここで、次のような離散化を行えば、(3.20)式の計算に高速フーリエ変換を用いることができる。

$$\omega_n = (n-1) \Delta\omega = 2\pi(n-1) / (N\Delta X)$$

$$X = (p-1) \cdot \Delta X$$

$$\Delta\omega = 2\pi / (N\Delta X)$$

$$\omega_u = 2\pi / \Delta X$$

$$n = 1, \dots, N \quad p = 1, \dots, N$$

$$\omega_n X = 2\pi(n-1)(p-1) / N$$

$$f_{j,p} = 2 \sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^N H_{jm}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega} \times \text{Re}[\exp\{i\{2\pi(n-1)(p-1)/N\} + i\Phi_{mn}\}] \quad (3.21)$$

ここで、 $\text{Re}[\cdot]$ は実数部分を表す。

ここで求められる確率過程 f は、 $N(0, 1)$ タイプの正規変数であるから、実際の非排水強度、変形係数などを表現する乱数は、次の式によって変換して用いる。

$$g = m + \sigma \cdot f \quad (3.22)$$

ここで、 g は土質パラメータであり、 m, σ はその平均値と標準偏差を表わしている。乱数 g を安定、圧密解析の土質定数にあてはめ、繰り返して計算を行う。最終的に、繰り返し回数分のせん断抵抗力や沈下量の統計処理を行うことによって、これらの統計量を得ることができる。

3.4.3 一変数二次元確率場のシミュレーション

次に、一変数二次元確率場のシミュレーション法について解説を行う。ただし、

ここでも確率変数 f は $N(0,1)$ 型の確率変数であるとする。

二次元確率場 $f(X, Y)$ のサンプル関数が次の式によって得られる。

$$f(X, Y) = 2 \sum_{k_1=1}^{N_1} \sum_{k_2=1}^{N_2} [S_{ff}(\omega_{Xk_1}, \omega_{Yk_2}) \Delta\omega_X \Delta\omega_Y]^{1/2} \\ \times \{ \cos(\omega_{Xk_1}X + \omega_{Yk_2}Y + \Phi_{k_1k_2}) + \cos(\omega_{Xk_1}X - \omega_{Yk_2}Y + \Phi_{k_1k_2}) \} \quad (3.23)$$

$S_{ff}: f(X, Y)$ のスペクトル密度関数

$S_{ff}(\omega_X, \omega_Y)$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau_X, \tau_Y) \cdot \exp\{-i(\omega_X\tau_X + \omega_Y\tau_Y)\} d\tau_X d\tau_Y \quad (3.24)$$

$R_{ff}: f(X, Y)$ の自己相関関数

$\Phi_{k_1k_2}: 0 \sim 2\pi$ に一様分布する乱数

$\Delta\omega_X = \omega_{Xu}/N_1$

$\Delta\omega_Y = \omega_{Yu}/N_2$

ω_{Xu}, ω_{Yu} : 角振動数の上限値

$\omega_{Xk_1} = (k_1 - 0.5) \Delta\omega_X \quad k_1 = 1, 2, \dots, N_1$

$\omega_{Yk_2} = (k_2 - 0.5) \Delta\omega_Y \quad k_2 = 1, 2, \dots, N_2$

ここでも、次の形に離散化することによって高速フーリエ変換を用いることができる。

$f(X, Y)$ を X 方向, Y 方向に離散化したものを $f_{n, m}$ とすると,

$$f_{n, m} = 2 \operatorname{Re} \sum_{k_1=1}^{N_1} \sum_{k_2=1}^{N_2} [S_{ff}(\omega_{Xk_1}, \omega_{Yk_2}) \Delta\omega_X \Delta\omega_Y]^{1/2} \\ \times \{ \exp(i\Phi_{k_1k_2}) \cdot \exp(i2\pi k_1 n/N_1) \cdot \exp(i2\pi k_2 m/N_2) \\ + \exp(i\Phi_{k_1k_2}) \cdot \exp(i2\pi k_1 n/N_1) \cdot \exp(-i2\pi k_2 m/N_2) \} \quad (3.25)$$

$\omega_{Xk_1} = k_1 \Delta\omega_X \quad k_1 = 0, 1, 2, \dots, N_1 - 1$

$\omega_{Yk_2} = k_2 \Delta\omega_Y \quad k_2 = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1$

$X = n \cdot \Delta X \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_1 - 1$

$Y = m \cdot \Delta Y \quad m = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1$

$\Delta X = 2\pi / \omega_{Xu}$

$\Delta Y = 2\pi / \omega_{Yu}$

ただし, $f_{0,0} = 0$

- 1) 松尾 稔：地盤工学 - 信頼性理論の理念と実際 -, 技報堂(1984)
- 2) Benjamin, J.R. and Cornell, C.A.: Probability Statistics and Decisions for Civil Engineers, McGraw-Hill, pp.180-186 (1970)
- 3) Cornell C.A.: First-order Uncertainty Analysis of Soil Deformation and Stability, Proc. of 1st Int. Conf. Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, pp.130-144(1971)
- 4) Ang, A.H-S. and Tang, W.H.: Probability Concepts in Engineering Planning and Design Vol. I, John Wiley & Sons(1975)
- 5) Ang, A.H-S. and Tang, W.H.: Probability Concepts in Engineering Planning and Design Vol. II, John Wiley & Sons(1984)
- 6) 中桐 滋, 久田俊明：確率有限要素法入門, 培風館(1985)
- 7) Rosenblueth, E.: Point Estimates for Probability Moments, Proc. Nat. Acad. Sci., USA, Vol. 72, No. 10, Oct., pp. 3812-3814(1975)
- 8) Wong, F.S.: First-Order Second-Moment Methods, Computers & Structures, Vol. 20, No. 4, pp. 779-791(1985)
- 9) Wong, F.S.: Uncertainties in FE Modeling of Slope Stability, Computers & Structures, Vol. 19, No. 5/6, pp. 777-791(1984)
- 10) Shinozuka, M. and Jan, C-M.: Digital Simulation of Random Processes and Its Application, Journal of Sound and Vibration, Vol. 25, No. 1, pp. 111-128(1972)
- 11) Shinozuka, M.: Digital Simulation of Random Processes in Engineering Mechanics with the Aid of FFT Technique, Stochastic Problem in Mechanics, edited by S.T. Ariaratnam and H.H.E. Leipholtz, (Waterloo: University of Waterloo Press), pp. 277-286(1974)
- 12) Shinozuka, M.: Stochastic Field and Their Digital Simulation, Stochastic Method in Structural Dynamics, pp. 93-133, Martinus Nijhoff Publishers (1987)

- 13) Samaras, E., Shinozuka, M. and Tsurui, A.: ARMA Representation of Random Processes, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 111, No. 3, pp. 449-461 (1985)
- 14) Naganuma, T., Deodatis, G. and Shinozuka, M.: ARMA Model for Two-Dimensional Processes, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 113, No. 2, pp. 234-251(1987)
- 15) 星谷 勝, 石井 清：構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会(1986)

4. 圧密強度増加を考慮した軟弱地盤の信頼性解析

4. 1 概説

軟弱地盤において安定解析を行う場合、一般には非排水せん断強度として一軸圧縮強度が用いられ、これに基づいて $\phi_u=0$ 円弧すべり解析が行われる。本章では、非排水強度の変動性を考慮し、 $\phi_u=0$ 法に基づく信頼性解析¹⁶⁾について、その一解析手法と解析結果を示している。

非排水強度の統計モデルについての研究は、従来よりLumb¹⁾、松尾ら^{2), 3), 4)}、Honjyo²¹⁾によってなされ、この非排水強度の変動性を考慮した信頼性解析に関する研究が行われてきた。非排水強度の基本的な統計モデルについては既に2章で解説を行った。さらに、発展的な研究として次の研究を挙げることができる。

松尾ら⁴⁾、あるいは黒田ら⁵⁾は、地盤本来の変動性のみならず、試料の攪乱^{21), 22)}や試験誤差が非排水強度の統計量に与える影響に関する考察も行った。また、松尾らは、特に攪乱の問題に重点をおき、各種要因が一軸圧縮強度に与える影響を調べ、試料の乱れの度合と一軸圧縮強度の変動係数の関係を明らかにした⁶⁾。攪乱に対しては、いくつかの補正法も考案されているが^{7), 8)}、安定解析に対しては、補正を行わないのが通常である。

軟弱地盤の信頼性解析においては、国内では、Matso and Asaoka^{18), 19)}の研究が代表的である。ここでは、非排水強度の統計モデルを $\phi_u=0$ 法に適用することにより、盛土の信頼性設計を実行している。Wu and Lee²⁰⁾または、Ronold²²⁾は、重力プラットフォームの安定問題に関する信頼性解析を行っている。

軟弱地盤の安定解析を行う場合、段階盛土の問題など、圧密による強度増加を考慮しなければならない場合が多い。松尾らは、この問題に関する統計的考察として、正規圧密地盤を対象に、圧密に伴う非排水強度の統計量の遷移過程に関する研究を行った⁹⁾。

本章では、非排水強度の変動性を考慮した軟弱地盤の信頼性解析を取り扱って

いるが、特に、年代効果による疑似的な過圧密領域を有する正規圧密粘土、すなわち、正規圧密aged粘土^{10), 11), 12)}からなる地盤の強度増加について考察を行っている。aged粘土からなる地盤の強度増加を推定するに際しては、上記のように疑似的な過圧密領域が存在するため、非排水強度のみならず圧密降伏応力が必要である。これら2つのパラメータを確率変数として取り扱い、盛土による圧密に伴う非排水強度の遷移過程を推定した。

ここでは、岡山県笠岡湾干拓地の層厚12mの正規圧密沖積粘性土層を解析の対象として取り上げ、ここに施工されたプレローディング盛土下の地盤の安定性を問題としている。まず、現地で採取された不攪乱試料の一軸圧縮試験、標準圧密試験結果を用いて、対象地盤における非排水強度、圧密降伏応力の統計モデルを決定した。次に、圧密に伴う非排水強度の遷移過程を推定し、計算結果をチェックボーリング結果と比較した。最終的に、盛土が施工された直後と、圧密が完了した後の地盤のせん断破壊に対する安定性を求め、プレローディングの効果を評価した。安定解析手法としては、 $\phi_u=0$ の仮定に基づいた円弧すべり解析法を用いた。その際、非排水強度と圧密降伏応力を確率変数と考え、モンテカルロシミュレーションを利用した信頼性解析手法を用いた。ここでは特に、非排水強度の変動に応じてすべり面を変動させる方法を用いた。安全性の評価は安全率の二次の統計量（平均、分散）までを考慮し、信頼性指標 β によって行った。また、パラメータの空間的な相関特性を変化させ、これが安定解析結果に与える影響について重点的に考察を行った。

4. 2 解析対象地盤の概要

本章で、解析対象としたのは、岡山県笠岡湾干拓地の軟弱地盤である。特に、ここで畜産団地建設のために施工されたプレロード盛土（Fig.4.1）の施工に伴う軟弱地盤の挙動を取り扱う。特に、本研究ではこの中で、No.6盛土とNo.7盛土を解析の対象として取り上げた。本章では安定問題を取扱い、5章、6章で圧密間

題を取り扱っている。

盛土の施工されている地域の地層断面図をFig.4.2に示している。深さ0.0m ~ 0.6mは表層であり、この下に地下水面が存在すると考えられる。0.6m~12.0mは沖積粘土層であり、この0.0m~12.0mの部分を解析の対象としている。沖積層は、土質定数の性質から上層(0.6m~3.0m)、中層(3.0m~9.0m)、下層(9.0~12.0m)の3層に分けて考えた。沖積層の下は洪積粘土層、さらにその下には洪積砂層が存在する。洪積層は、沖積層と比較してかなり硬質であることが分かっているので、今回の解析においては安定した基盤層であると仮定した。

Fig.4.3には、上述のNo.6盛土とNo.7盛土の平面図を示している。盛土は、ほぼ100m四方の広さで2.1m高さの盛土が広範囲でなされている。その上に局所的に高盛土が施工されている。

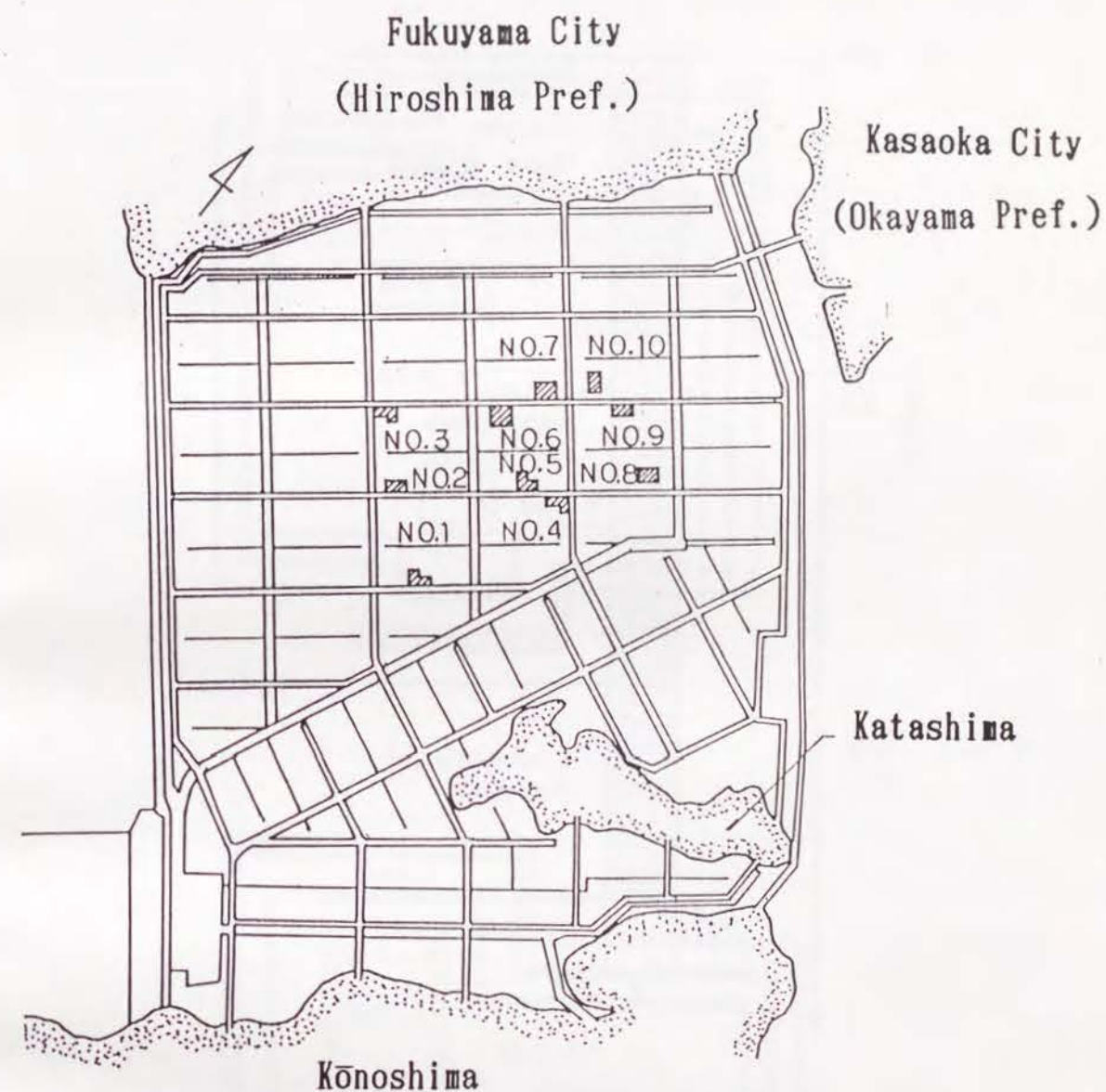


Fig.4.1 解析対象地域の平面図

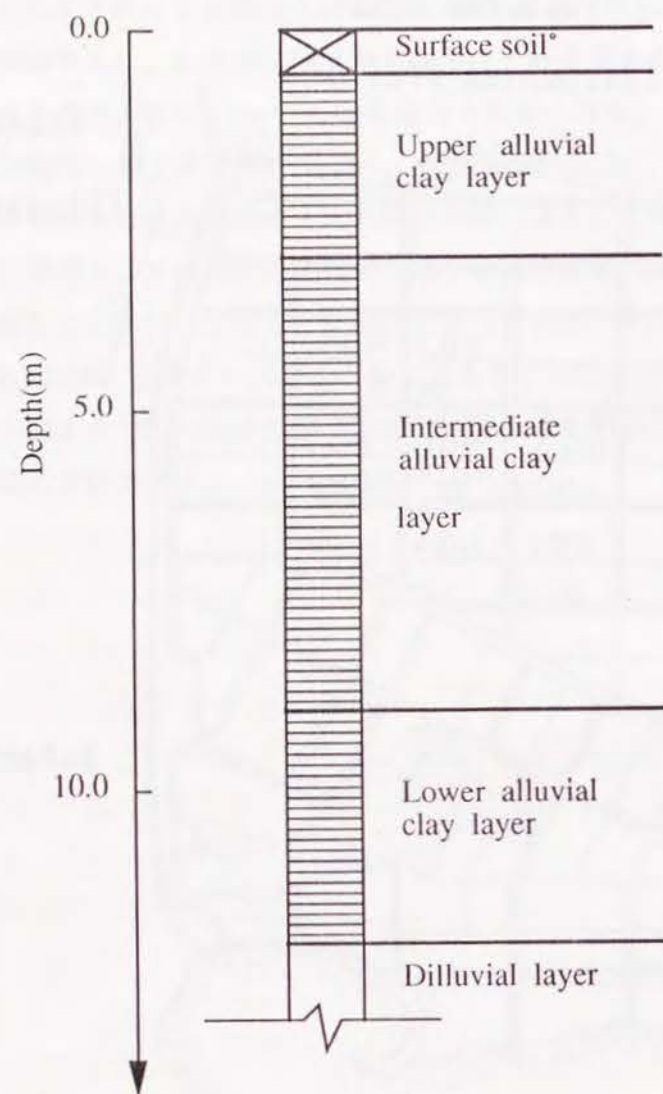
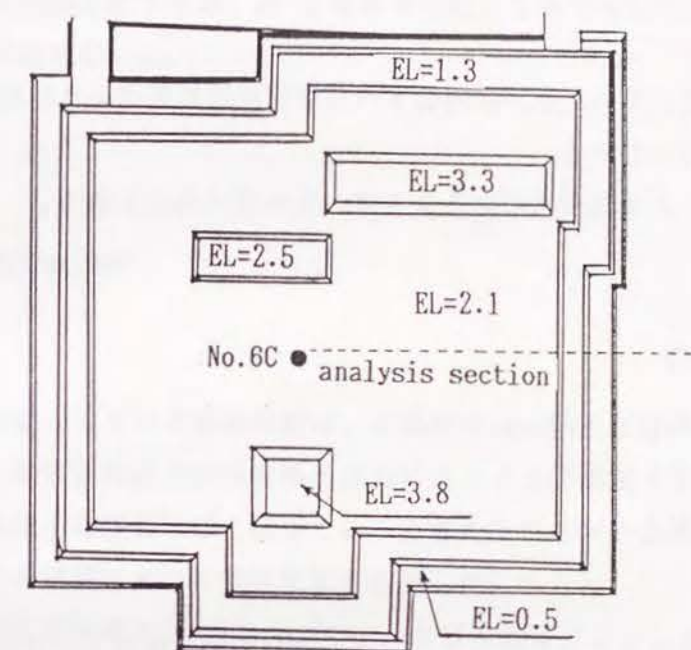
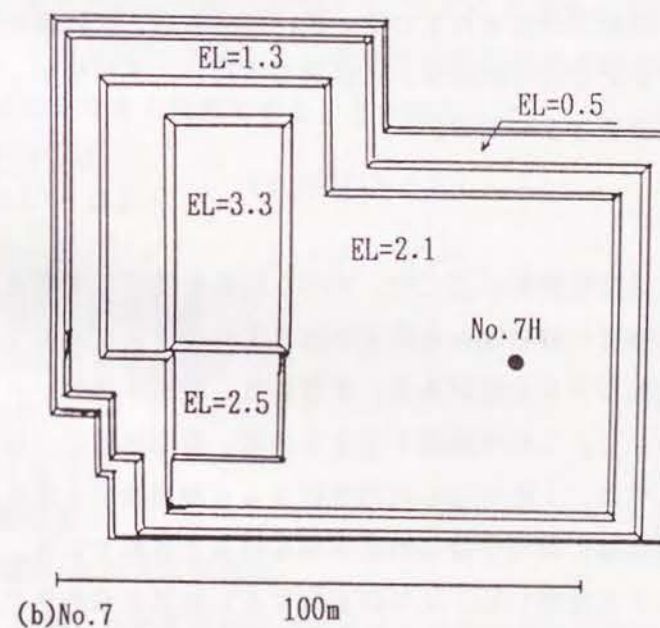


Fig.4.2 地層断面图



(a)No.6



(b)No.7

Fig.4.3 盛土平面图

4.3 信頼性解析手法

本節では、解析に用いた $\phi_u=0$ 円弧すべり解析手法に基づいた信頼性解析手法について解説を行っている。

安全率 F_s は、よく知られているように、次の式で与えられる。

$$F_s = \frac{R_L}{S_L} \quad (4.1)$$

R_L : せん断抵抗力

S_L : せん断力

ここで、

$$R_L = \int_L c_u(Z) dL \quad (4.2)$$

L : すべり円弧

一般に、盛土荷重などの静的荷重はほとんどばらつきがなく、せん断力 S_L は確定値として取り扱うことができる。本研究においても、3章で示した基礎理論同様、せん断抵抗力 R_L のみを確率変数として取り扱った。安全性を表わす指標として、2章で定義した信頼性指標 β を用いた。ただし、ここでは、(4.3)式で定義するように若干の修正がなされている。 F_s の分布は、次に説明するモンテカルロシミュレーションを行った結果、正規分布に近いことが分かったので、(4.3)式の定義は合理的であるといえる。

$$\beta = \frac{E[F_s] - 1}{\sqrt{\text{Var}[F_s]}} \quad (4.3)$$

3.1節で示した信頼性解析手法では、すべり円弧を固定して考えている。しかし、実際は非排水強度の確率場から推定される1つのサンプルにつき、それぞれ円弧すべり解析を実行する必要がある。すなわち、厳密にはモンテカルロ法を用いるしかない。しかし、これは困難を要するので、松尾は確定的解析から求めたすべり円弧に対して3.1節で示した方法によって破壊確率を求める方法を提案しており²⁾、一般にはこれで十分な精度が得られるとされている。また、Asaokaからは三層地盤のモデルを用いて、より厳密解に近い結果を求めることができる

手法も提案している¹³⁾。本章の信頼性解析では、次の節で示すように強度増加という複雑な問題を扱うため、 β を求めるのに、3章で示したモンテカルロシミュレーション法を用いた。

4.4 強度増加率

ここで対象としている軟弱地盤は、正規圧密aged粘土に分類される地盤である。この場合、鉛直有効応力が圧密降伏応力に至るまでの領域（疑似的な過圧密領域）での非排水強度の変化はごく微小であると考えられる。したがって、ここでは、その領域における強度増加を無視した。

通常、強度増加率としては、0.25~0.3の値を仮定するか、または圧密非排水三軸試験から求めた強度増加率が用いられる。ここでは、強度増加を支配する式として(4.4)式を用いた。つまり、強度増加率としては c_u/p_c を用いたことになる。ただし、 c_u と p_c は一軸圧縮試験と標準圧密試験から求めたものである。松尾、浅岡⁹⁾は、完全な正規圧密土について、つまり $p_c = p_0$ (p_0 : 有効土被り圧)の場合について(4.4)式を適用し、この式が圧密に伴う非排水強度の平均値と標準偏差の遷移過程をうまく説明できることを実証した。

$$\begin{aligned} \frac{c_u}{p_c} &= \frac{c_u + \Delta c_u}{p_0 + U_t \cdot \Delta p} & (p_0 + U_t \cdot \Delta p \geq p_c) \\ \Delta c_u &= 0 & (p_0 + U_t \cdot \Delta p < p_c) \end{aligned} \quad (4.4)$$

c_u : 圧密前の非排水強度

Δc_u : 圧密による増加強度

Δp : 荷重強度

p_0 : 有効土被り圧

p_c : 圧密降伏応力

U_t : 任意時間 t における圧密度

今回は、増加した強度の推定値とチェックボーリング結果を比較するために、

(4.5)式を用いて沈下実測値から圧密度の推定を行った。ここでは、最終沈下量 ρ_f は浅岡法¹⁴⁾ (付録-1参照)を用いて推定した。ただし、 ρ_f は一次圧密終了時に対応する沈下量である。

$$U_t = \frac{\rho_t}{\rho_f} \quad (4.5)$$

ρ_t : 任意時間tにおける沈下量

ρ_f : 最終沈下量

4.5 モンテカルロシミュレーション法による非排水強度の推定

強度増加を取り扱う際、(4.4)式からも明らかなように、非排水強度と圧密降伏応力の相関性が問題となってくる。ここで、非排水強度と圧密降伏応力は2.3節で示したような、深さ方向に対する平均値関数、標準偏差関数、(2.10)で示した指数型の自己相関関数をもった確率変数であると仮定する。非排水強度

$c_u(Z)$ と圧密降伏応力 $p_c(Z)$ は正規圧密地盤ではともに深さ方向に増加していくので、このトレンドを除去するため、基準化した確率変数である $(c_u(Z) - \mu_{c_u}(Z)) / \sigma_{c_u}(Z)$ と $(p_c(Z) - \mu_{p_c}(Z)) / \sigma_{p_c}(Z)$ の共分散を求めた。ただし、 $\mu_{c_u}(Z)$, $\mu_{p_c}(Z)$ はそれぞれ非排水強度と圧密降伏応力の平均値関数、 $\sigma_{c_u}(Z)$, $\sigma_{p_c}(Z)$ は標準偏差関数である。その結果、同じ深さでは、2つのパラメータのあいだには若干の正の相関性が存在することが分かった¹⁵⁾。その結果を、岡山の海岸地域4地区についてTable 4.1に示した。なお、2つのパラメータはサンプリング間隔だけ隔たると(サンプリング間隔は2m~4m)相関性は認められず、距離が離れるにしたがって、相関性が小さくなると考えることができる。したがって、非排水強度と圧密降伏応力のあいだに(4.6)式で示す相互相関関数を仮定した。(4.6)式における Bx はTable 4.1に示した共分散を表している。

$$r_{xy}(\Delta Z) = Bx \cdot \exp(-\Delta Z / \delta_{xy}) \quad (4.6)$$

Bx : $\Delta Z=0$ のときの基準化された c_u , p_c の共分散

δ_{xy} : 相互相関距離

強度増加後の非排水強度の分布や安全率の分布を求めるのに際して、3.4節で示した2変数次元モンテカルロシミュレーション法を用いた。すなわち、非排水強度と圧密降伏応力の2つのパラメータを確率変数と考え、(2.10)、(4.6)式のような指数型の自己相関特性と相互相関特性を有する二種類の正規乱数を用いた。

4.6 解析パラメータの統計モデル

ここでは、(2.9)式の自己回帰モデル(サンプリング間隔1m)を用いて非排水強度 $c_u (=1/2 \cdot q_u)$ の統計モデルを決定した。Fig.4.4は不攪乱試料の一軸試験結果による非排水強度の分布を示した図で、実線は平均値、破線は σ 限界値である。攪乱の問題に関しては、中瀬、日下部の手法⁹⁾ (付録-2参照)によって、用いた試料が大きな攪乱の影響を受けていないことを確認した。

変形係数 E_{50} についても同様の処理を行い、結果をFig.4.5に示した。また、同地区において、原位置ベーンせん断試験が行われており、同様の処理を行った結果をFig.4.6に示した。

圧密降伏応力 p_c に関しては、1本のボーリング孔における等間隔のサンプリングデータ数が少なく、自己回帰モデルを用いることができなかった。したがって、通常の回帰分析によって平均値と分散を決定した。自己相関関数に関しては指数関数を仮定し、サンプリング間隔4mのときの共分散の値((2.9)式における r (4.0))から自己相関距離を決定した。また、9m以深では、深さに対する勾配が大きくなるため、すなわち、年代効果が強くなるため、モデルを9mを境にして2つにわけて考えた。

パラメータの統計モデルについてまとめた結果をTable 4.2に示した。一軸圧縮試験による非排水強度とベーンせん断強度を比較すると、平均値ではベーン強度

の方が大きくなる傾向があるが、変動係数ではどちらも0.2に近い値となっている。また、変形係数の変動係数は0.3とせん断強度のそれよりも大きい。一般に、一軸圧縮強度の変動係数は0.2~0.4程度と報告されているが³⁾、ここでの対象地盤は海成地盤であり、パラメータの変動性が小さいのが特徴的である。せん断強度と変形特性に関しては深さ方向の変動が激しいので、相関距離は0.4m~0.7mと短くなっている。一方、圧密降伏応力の相関距離は2mと比較的長くなった。

非排水強度と圧密降伏応力の相関関係に関しては、Table 4.1で示した基準化された c_u と p_c の共分散を用い、(4.6)式の相互相関関数において $Bx=0.51$ とした。相互相関距離については、一軸圧縮強度と圧密降伏応力の自己相関距離の中間的な値を仮定できる。後の節の解析例で示すが、この値を短くした方が安定解析において安全側の結果を与えるということが明らかとなった。したがって、基本的な解析ケースには、0.5mと短い値を仮定した。ただし、相関距離については、解析例において、これが安定解析結果に与える影響について詳細に検討するため、いくつかの値を仮定して計算を行った。

非排水強度と圧密降伏応力の分布形は、従来から報告されているように正規分布を仮定した³⁾。

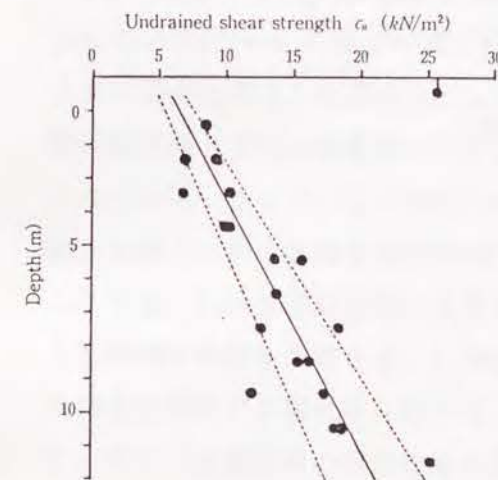


Fig.4.4 非排水強度 ($c_u=1/2 \cdot q_u$) の分布

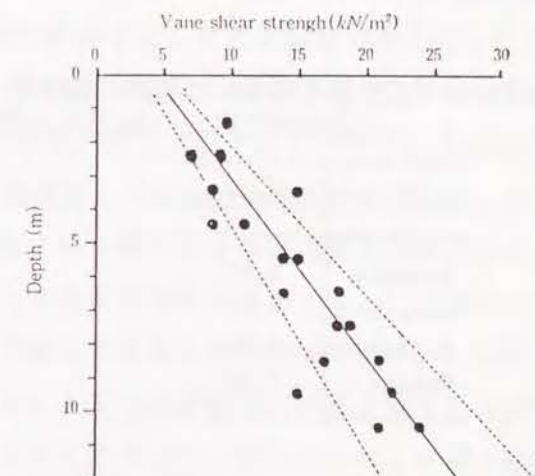


Fig.4.6 ベーン剪断強度の分布

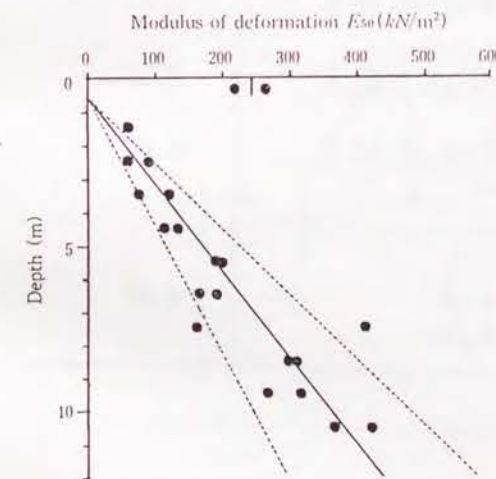


Fig.4.5 変形係数 (E_{50}) の分布

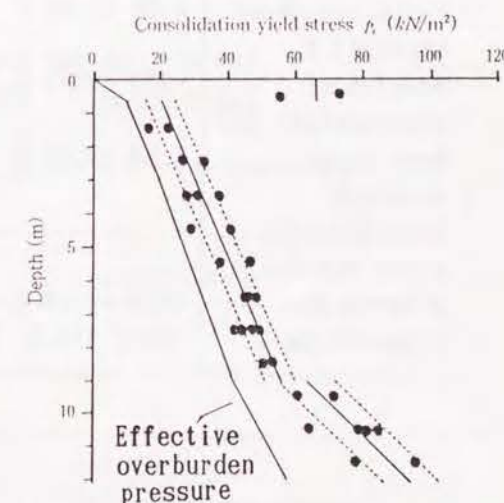


Fig.4.7 圧密降伏応力 (p_c) の分布

Table 4.1 基準化された非排水強度と
圧密降伏応力の共分散 (相関係数)

Site	Covariance
Kasaoka	0.51
Kanuma	0.56
Ushimado	0.48
Ootabu	0.37

Table 4.2 土質パラメータの統計モデル

Parameter	Mean(kN/m ²)	Standard deviation (kN/m ²)	Correlation distance(m)
Undrained shear strength c_u	5.02 +1.31 Z	0.87 +0.23 Z	0.41
Modulus of deformation E_{50}	-209 +377 Z	-67.1 +121 Z	0.50
Vane shear strength	4.17 +1.85 Z	0.86 +0.38 Z	0.67
Consolidation yield stress p_c			
0.6m~9.0m	16.9 +4.16 Z	4.18	1.97
9.0m~12.0m	-28.2 +10.0 Z	8.36	

4.7 解析条件

Fig.4.2に示したNo.6C盛土を解析の対象とした。簡単化のために、平面図に示されている2.1~3.3mまでの盛土が、解析断面と記した左右対象の中央部分に施工される場合を想定した解析を行った。その場合の盛土の断面図と盛土下の軟弱地盤の層区分と単位体積重量をFig.4.8に示す。盛土の直下はサンドドレーンが施工されている。そこで、この部分を地盤改良域と考えて強度増加を考慮した。この盛土の施工に伴う非排水強度の遷移過程とせん断に対する安定性を問題とした。ここでは、2.1mまでの面積の大きい盛土を強度増加の対象とする。3.3mまでの盛土を瞬時に載荷した場合と、2.1mまでの盛土を終えて強度増加をまち、3.3mまでの盛土を施工する場合を比較する。これによって段階載荷の効果を知ることができ、また、圧密前後の安定性を比較することによって、プレローディングの地盤のせん断破壊に対する効果を求めていることにもなる。

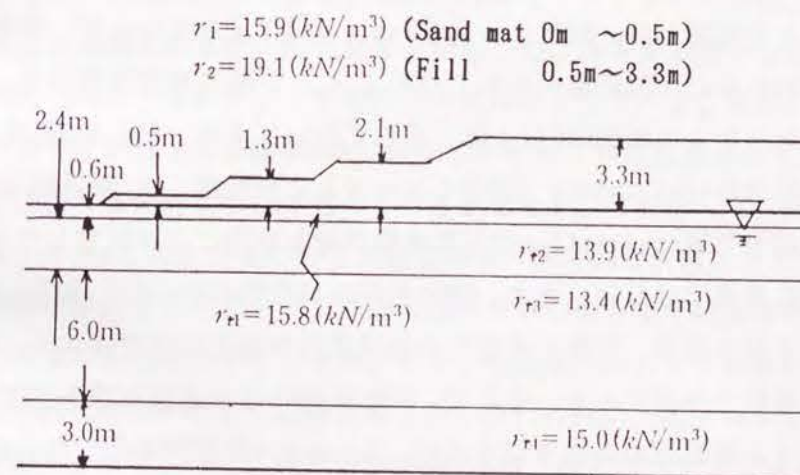


Fig.4.8 地層区分と盛土

解析においては非排水強度と圧密降伏応力だけを確率変数と考えた。地盤と盛土の単位体積重量は非常にばらつきが小さいため、これを確定値と考え、盛土荷重を確定値として取り扱った。また、地盤表層の物性も確定値と考えた。安定解析に際しては、盛土のテンションクラックを仮定して盛土部のせん断抵抗力を無視したが、これは一般に受け入れられている方法である¹⁷⁾。また、サンドドレーンの場合には置換率が低いので、安定解析ではサンドドレーンの存在を無視している。

4.8 解析結果および考察

4.8.1 モンテカルロ法による圧密強度増加の推定

2.1m盛土部は面積が大きく、盛土中央付近は K_0 圧密状態であると考えられることができる。この条件下における非排水強度の遷移過程をモンテカルロシミュレーションによって推定した。解析ケースをTable 4.3に示しているが、非排水強度、圧密降伏応力の自己相関距離をそれぞれ δ_{cu} , δ_{pc} 、相互相関距離を δ_{xy} としている。シミュレーションは200回以上繰り返して行っており、Fig.4.9にはシミュレーション10回分のrealization (図中のマーク)と平均値、 σ 限界値を示している。なお、図中ではrealizationの記号を繰り返し回数ごとに区別しているが、ここでは、特に重要ではない。また、図の右側には変動係数COVを示した。

安定解析を行う場合、実際に重要なのは局所的な強度の値ではなく、すべり円弧のせん断抵抗力の値である。そこで、Fig.4.10に示す底部を通る固定されたすべり円弧のせん断抵抗力の統計量を求め、Table 4.4に結果を示した。ただし、地盤は上記同様、2.1m盛土下において K_0 圧密状態にあると仮定した。せん断抵抗力を求めるに当たって、(4.2)式の積分は地盤を深さ方向に40層に分割することによって実行した。また、この計算に関しては表層を除外して考えた。

Fig.4.9とTable 4.4の結果について、以下のような考察を行うことができる。

Table 4.3 解析ケース

Case	Auto- and cross- correlation parameters	Degree of consolidation
(1)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	0%
(2)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	45%
(3)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	96%
(4)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	100%
(5)	$\delta_{cu}=1.00, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	0%
(6)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=0.50, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	100%
(7)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.00, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	100%
(8)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=1.00, Bx=0.51$	100%
(9)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=1.50, Bx=0.51$	100%
(10)	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.00$	100%
(11)*	$\delta_{cu}=0.41, \delta_{pc}=1.97, \delta_{xy}=0.50, Bx=0.51$	100%

*The rate of strength increase decided from \overline{CU} triaxial compression test was used.

ケース1は、強度増加を考えない場合である。ケース2, 3, 4は、圧密度がそれぞれ45%, 96%, 100%の場合である。対象地盤はサンドドレーンが施工されており、圧密度は深さ方向に対して一定であると仮定した。沈下実測値から推定される圧密度が45%, 96%のときにチェックボーリングがなされている。また、盛土は最終チェックボーリング (圧密度96%時) がなされてから半年放置されており、最終的に、一次圧密はほぼ終了したと考えることができる。したがって、圧密度100%に対応するケース4を対象地盤における強度増加の最終的な状態と考えた。この場合は強度増加が進むにしたがって、非排水強度の平均値と標準偏差は増加するが、変動係数はほとんど変化していない。また、せん断抵抗力も平均値は増加するが、変動係数は変化しないという結果となった。Fig.4.9(b), (c)にはチェックボーリングの結果もともに示した。圧密度が45%の場合、推定値はチェックボーリングの結果より小さな値を与える傾向がみられる。これは、地盤の圧密度の厳密な推定の困難さに起因していると考えられる。圧密度が96%の場合は、ほとんど圧密が終了している状態であり、比較的圧密度が正確であるといえる。この場合のチェックボーリングの結果は、推定値の平均値を中心として、 $\pm 2\sigma$ 内に入っている。

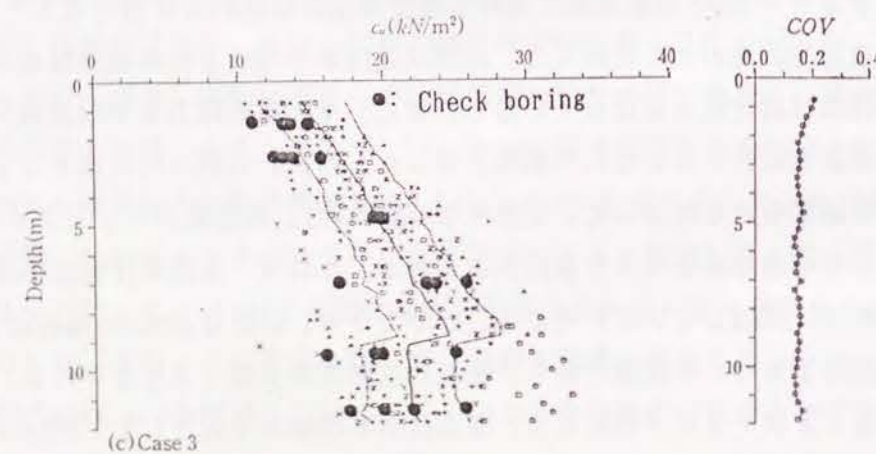
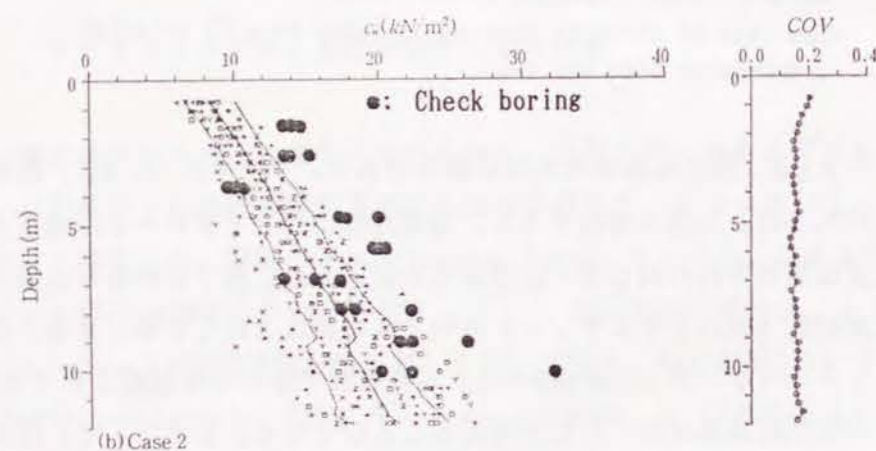
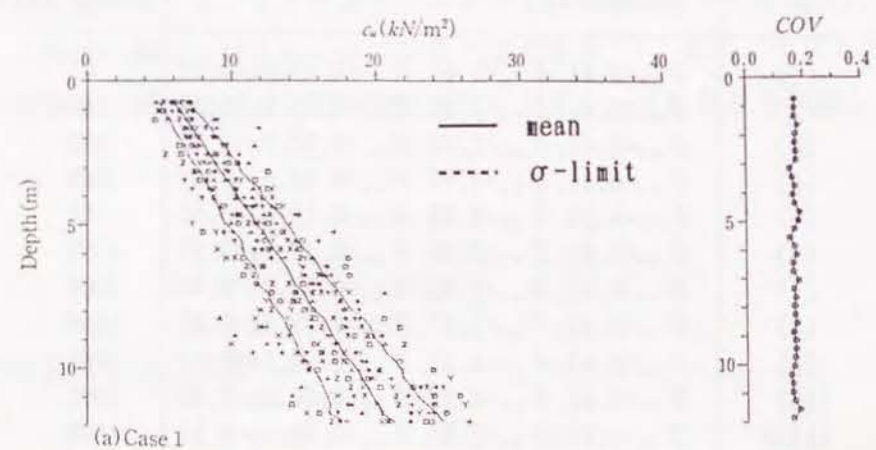


Fig.4.9 非排水強度 c_u の遷移

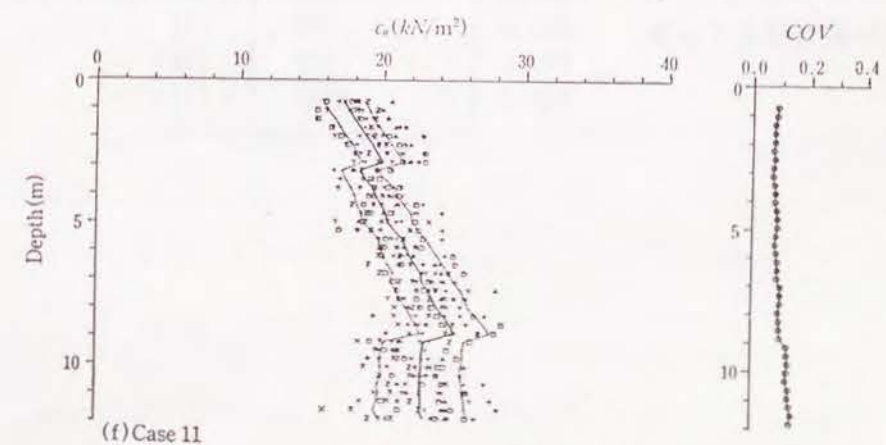
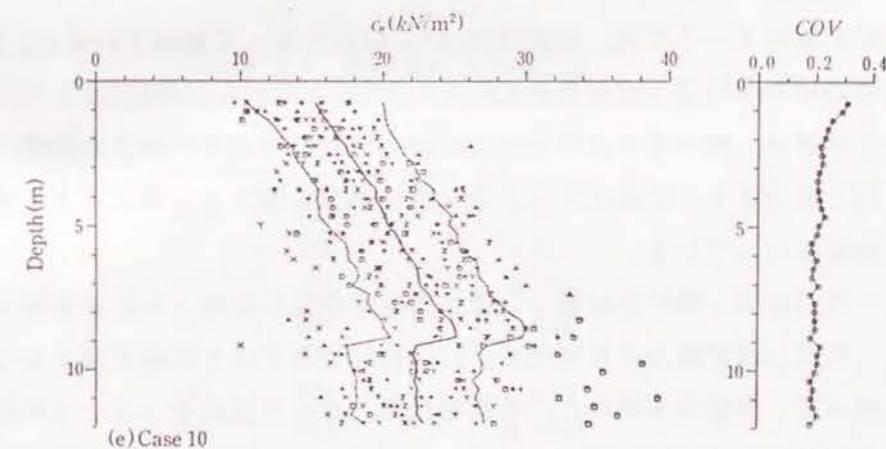
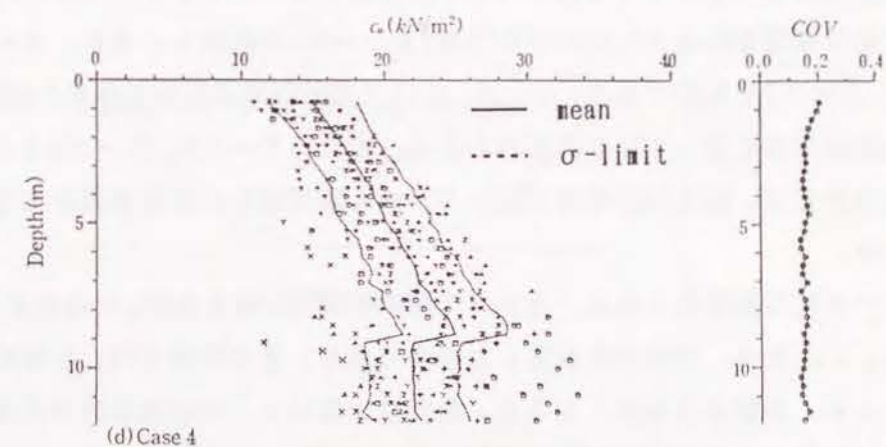


Fig.4.9 非排水強度 c_u の遷移 (続き)

いる。

ケース5～ケース9は、 c_u 、 p_c の自己相関距離、相互相関距離がせん断抵抗力の統計量に与える影響を調べたものである。なお、計算される c_u の平均値と分散は相関距離を変化させてもほとんど影響を受けなため、ケース5～ケース9については分布図を載せていない。ケース1とケース5を比較し、また、ケース4とケース6、ケース7を比較すると、 c_u 、 p_c の自己相関距離が長い方がせん断抵抗力の変動係数が大きくなっていることがわかる。また、ケース8、ケース9とケース4の比較においては、相互相関距離が短い方がせん断抵抗力の変動係数が大きいことがわかる。

ケース10は基準化した c_u と p_c の間の相関係数を0.0とした場合である。すなわち、 c_u と p_c の独立を仮定した場合であり、その結果をFig.4.9(e)に示した。 c_u と p_c の独立性が強くなると、強度増加後の c_u の変動係数が大きくなり、せん断抵抗力の変動係数も大きくなる。

上記の解析ケースでは、強度増加は(4.4)式によって求めているが、解析による強度増加率の平均値と変動係数をFig.4.11(a)とFig.4.11(b)に示した。強度増加率の平均値は、9mの深さまではほぼ0.31の一定値であり、9mより以深では、0.27～0.23と減少する。変動係数は表層に近い部分を除いて、深さによらずほぼ0.15の一定値になっている。

ケース11はCU三軸圧縮試験から求めた強度増加率を用いた計算を行った場合である。ただし試験数が少ないので、Fig.4.12に示すような確定値として用いた。したがって、強度増加後の c_u の変動係数とせん断抵抗モーメントの変動係数はケース4に比較して小さくなっている。しかし、せん断抵抗力の平均値としてはほぼ近い値を与えている。

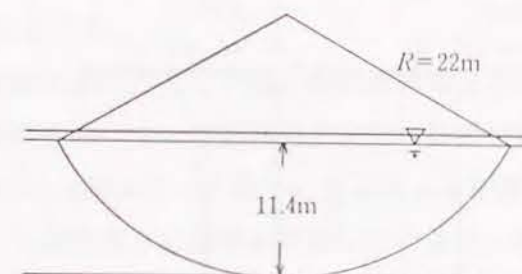


Fig.4.10 すべり面のモデル

Table 4.4 剪断抵抗力の統計量

Case	Mean(kN/m ²)	COV
(1)	734	0.061
(2)	780	0.061
(3)	967	0.064
(4)	984	0.061
(5)	732	0.081
(6)	984	0.046
(7)	985	0.054
(8)	985	0.052
(9)	985	0.040
(10)	993	0.073
(11)	1012	0.053

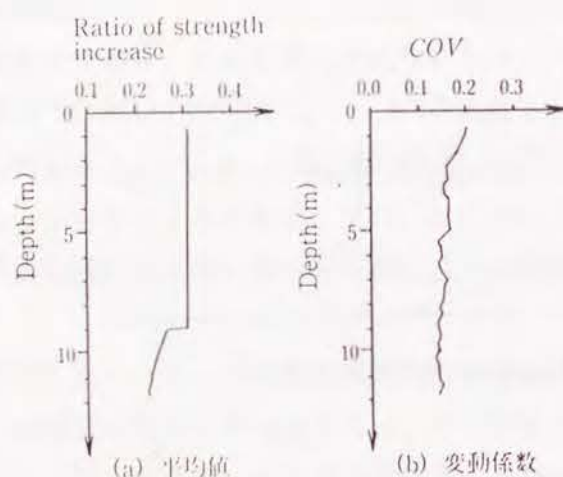


Fig.4.11 強度増加率 ($q_u/2p_o$)

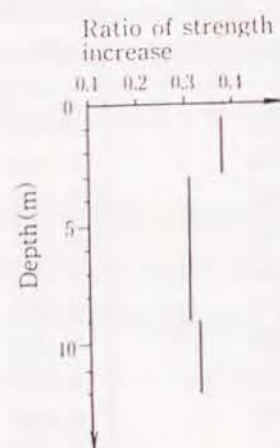


Fig.4.12 CU三軸圧縮試験より求めた強度増加率

4.8.2 安定解析結果

3.3m盛土荷重を圧密前、圧密後に地盤に載荷した場合の安定解析を行い、結果をTable 4.5に示した。

強度増加を求めるに当たっては、地盤内初期応力、圧密圧力が必要である。この場合、地盤の位置によって圧密圧力が異なるのでこれを考慮する必要があるが、一般にはOsterberg図表などを用い、盛土による鉛直応力のみを圧密圧力と考える場合が多い。ここでもその方法を踏襲しているが、地盤内鉛直応力は有限要素法による弾性解析で求めた。

せん断抵抗力を求めるにあたり、(4.2)式の積分は地盤を要素分割することによって行った。有限要素法とせん断抵抗力を求めるための要素分割は同じものを用いたが、安全率の二次統計量まで（平均、分散）の収束を考慮して、特に、深さ方向に対しては40層の等分割とした。

解析ケースは4.7.1節と同様とするが、(F)と示したものはすべり面を非排水強度の平均値を用いた場合に最小安全率を与える円弧に固定した場合であり、(V)はすべり面を非排水強度の変動に応じて変動させたものである。各場合の地盤の安定性を信頼性指標 β によって表した。

Fig.4.13にケース1、ケース4、ケース11の非排水強度の平均値を用いた場合の最小安全率を与えるすべり円弧を示した。これより、強度増加によってすべり面の位置が深くなることがわかる。また、ケース4とケース11を比較すると、すべり面の位置、安全率とも近い値となっている。本質的に、等方圧密による三軸圧縮試験結果から求めた強度増加率は K_0 圧密によるものより大きくなるので、ケース11の方が若干大きな安全率を与えるが、1.766に対して1.794と非常に近い値となった。

ケース1においては、すべり面を固定させた場合と変動させた場合の結果を比較した。この結果、すべり面の変動を考慮した方が安全率の平均値については1.287に対して1.356、信頼性指標については3.77に対して4.06と安全側の結果を与えることがわかった。

ケース1は圧密による強度増加が全くない場合であり、ケース4は圧密が終了した状態に対応した強度増加を見込んだ場合である。したがって、この2つのケー

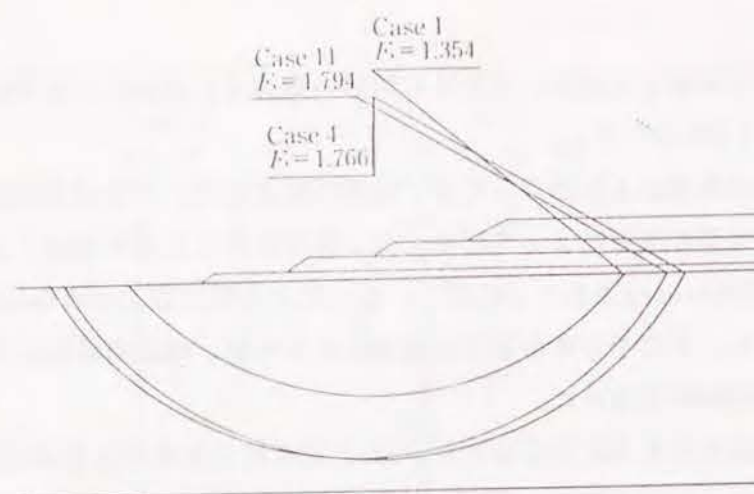


Fig.4.13 安定解析結果とすべり面

Table 4.5 安定解析結果

Case	Mean of F_s	COV of F_s	Reliability index β
(1) (V)	1.287	0.059	3.765
(1) (F)	1.356	0.065	4.064
(4) (V)	1.696	0.054	7.607
(4) (F)	1.781	0.056	7.810
(5) (V)	1.279	0.084	2.587
(6) (V)	1.704	0.043	9.540
(7) (V)	1.699	0.049	8.385
(8) (V)	1.703	0.045	9.095
(9) (V)	1.703	0.034	11.914
(10) (V)	1.690	0.064	6.419

スの比較により、プレロードの地盤のせん断破壊に対する効果を知ることができる。本解析では、プレロードの効果として安全性指標 β を3.77から7.61にまで増加させることができるという結果を得た。

ケース1とケース5, ケース4とケース6~9の比較により, 相関距離が安定性に与える影響を調べたが, 非排水強度と圧密降伏応力の自己相関距離が長い方が圧密後の β を大きくし, また, 相互相関距離は短いほど β を小さくするという結果を得た。

ケース4, ケース10の比較により, 非排水強度と圧密降伏応力の独立を仮定すると, 強度増加後の β を小さく見積るということが分かった。

安全率の平均値と信頼性指標を比較した場合, ケース1とケース4との間に見られるように, 安全率の平均値が上昇する場合は, 上記のように信頼性指標も上昇している。しかしながら, ケース4, ケース6~ケース10を比較した場合, これらは安全率の平均値に関していえばほぼ同じ結果を与えているが, 信頼性指標は変化する。すなわちこれは, (4.3)式から明らかなように, 安全率の標準偏差が変化することによる。このように, 信頼性指標を用いることによって, 非排水強度, 圧密降伏応力の二次の統計量を地盤の安定性評価に取り込むことができる。

設計上の許容 β の設定には論議があるだろうが, 通常の地盤で有り得ると考えられる許容安全率の平均値を1.3, 変動係数を0.1とすると, 許容 β は2.3となる。

4.9 まとめ

(1) 一軸圧縮強度, 変形係数, ベーンせん断強度, 圧密降伏応力の統計的性質(平均, 分散, 自己相関特性, 相互相関特性)について考察を行った。対象地盤は土質パラメータの変動性が小さいのが特徴的である。また, 空間的な相関特性については, せん断強度, 変形係数の相関距離は0.4m~0.7m程度と短く, 標準圧密試験結果に基づく圧密降伏応力のそれは2.0mと比較的長いことが分かった。

基準化した非排水強度と圧密降伏応力の間には弱い正の相関性が存在する。こ

れは、非排水強度と圧密降伏応力が一次圧密、遅延圧密、化学結合によってともに増加するという事実を考えても理解できる。

(2) 圧密に伴う非排水強度の遷移過程を推定し、空間的な相関特性や、非排水強度と圧密降伏応力の相関性が強度増加後の非排水強度の分布とせん断抵抗力の統計量に与える影響について考察を行った。その結果、2つのパラメータが独立に近づくほど強度増加後の非排水強度の変動性は大きくなり、せん断抵抗力の変動係数も大きくなる。また、相互相関距離が短いほど、そして自己相関距離が長くなるほどせん断抵抗力の変動係数は大きくなる。

(3) 遷移過程に伴う非排水強度の推定値とチェックボーリングの結果を比較したが、圧密度が比較的確かな圧密度96%時の比較では、推定値は妥当な結果を与えていると言える。

(4) 非排水強度と圧密降伏応力を確率変数として安定解析を行った。その結果、対象地盤では3段目までの盛土による圧密によって、安全率について1.29から1.70に、信頼性指標について3.77から7.61にまでに増加させることができることが分かった。これは、プレロードの地盤のせん断破壊に対する効果を表わしている。

(5) 安定解析において、すべり円弧をパラメータの平均値を用いて求めたものに固定すると、すべり円弧を変動させた場合に比較して危険側の結果を与えることが明かとなった。

(6) 自己相関距離、相互相関距離、あるいはパラメータ間の相関性が安定解析結果に与える影響について考察を行った。結果は、自己相関距離が長いほど、そして相互相関距離が短いほど β が小さくなった。また、2つのパラメータの独立を仮定すると、 β が小さくなることが分かった。

(7) 強度増加率として、 $q_u/(2p_c)$ を用いた結果と、CU三軸圧縮試験から求めたものを用いた結果とでは中央安全率に大きな差は生じなかった。

(8) 安定解析の結果、安全率の平均値と信頼性指標を比較した場合、安全率の平均値が一定の場合でも、解析パラメータの二次の統計量に変化すれば、信頼性指標は変化することを示した。この点で、信頼性指標は安全率より詳細に地盤の安定性を評価する指標であるといえる。

参考文献

- 1) Lumb, P.: The Variability of Natural Soil, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 3, No. 2, pp. 74-97 (1966)
- 2) 松尾 稔: 地盤工学 - 信頼性理論の理念と実際 -, 技報堂, pp. 1-171 (1984)
- 3) 土質工学会: 土質基礎の信頼性設計, 土質基礎工学ライブラリー 28 (1985)
- 4) Matsuo, M. and Asaoka, A.: Probability Model of Undrained Strength of Marine Clay Layer, Soils and Foundations, Vol. 17, No. 3, 53-68 (1977)
- 5) Kuroda, K., Choowdhury, R. and Watanabe, K.: Probabilistic Modeling of Uncertainty in Sampling and Testing for Undrained Strength, Soils and Foundations, Vol. 21, No. 2, pp. 47-62 (1981)
- 6) Matsuo, M. and Shogaki, T.: Effect of Plasticity and Sample Disturbance on Statistical Properties of Undrained Shear Strength, Soils and Foundations, Vol. 28, No. 2, pp. 14-24 (1988)
- 7) 奥村樹朗: 粘土の攪乱とサンプリング方法の改善に関する研究, 港湾技研試料, No. 193 (1974)
- 8) Nakase, A., Kusakabe, O. and Nomura, H.: A Method for Correcting Undrained Shear Strength for Sample Disturbance, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 1, pp. 52-64 (1985)
- 9) 松尾, 浅岡: 多段載荷による盛土の最適設計に関する研究, 土木論集, 240, pp. 35-49 (1975)
- 10) Hanzawa, H.: Undrained Strength Characteristics of an Alluvial Marine Clay in the Tokyo Bay, Soils and Foundations, Vol. 19, No. 4, pp. 69-84 (1979)
- 11) Hanzawa, H. and Kishida, T.: Determination on In-Situ Undrained Strength of Soft Clay Deposits, Soils and Foundations, Vol. 22, No. 2, pp. 1-14 (1982)
- 12) Hanzawa, H.: Evaluation of Design Parameters for Soft Clays as Related to Geological Stress History, Soils and Foundations, Vol. 29, No. 2, pp. 99-111 (1989)
- 13) Asaoka, A. and Matsuo, M.: A Simplified Procedure for Probability-Based

$\phi_u=0$ Stability Analysis, Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.8-18 (1983)

14) Asaoka, A.: Observational Procedure of Settlement Prediction, Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.87-101 (1978)

15) 西村伸一, 藤井弘章: 軟弱地盤の圧密強度増加に関する統計的考察, 第44回農業土木学会中国四国支部講演会講演要旨, pp.73-75 (1989)

16) 西村伸一, 長谷川高士, 藤井弘章: 非排水強度の圧密強度増加を考慮した軟弱地盤の信頼性解析, 農土論集(150), pp.75-84 (1990)

17) 中瀬明男: 粘性土地盤の支持力, 運輸省港湾技術研究所報告, 第5巻, 第12号, pp.1-58 (1966)

18) Matsuo, M. and Asaoka, A.: A Statistical Study on a Conventional "Safety Factor Method", Soils and Foundations, Vol.16, No.1, pp.75-90 (1976)

19) Matsuo, M. and Asaoka, A.: Dynamic Design Philosophy of Soils Based on the Bayesian Reliability Prediction, Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.1-17 (1978)

20) Wu, T.H. and Lee, I.-M.: Stability of Gravity Platforms on Clay: Reliability Analysis, Geotechnique 38, No.1, pp.101-116 (1988)

21) Honjo, Y.: A Probabilistic Approach to Evaluate Shear Strength of Heterogeneous Stabilized Ground by Deep Mixing Method, Soils and Foundations, Vol.22, No.1, pp.23-38 (1982)

22) Ronold, K.O.: Random Field Modeling of Foundation Failure Modes, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.116, No. GT4, pp.554-570 (1990)

23) 土田 孝, 小林正樹, 山川 匠, 平良 聰: 一軸圧縮強度のばらつきとその要因について, 運輸省港湾技術研究所報告, 第27巻, 第1号, pp.93-124 (1988)

24) 土田 孝: 一軸圧縮強度におよぼす試料採取時の乱れの影響, 昭和63年度サンプリングシンポジウム発表論文集, pp.15-20 (1988)

5. 土質定数のばらつきを考慮した一次元圧密解析 (I)

5.1 概説

圧密解析を行う場合, 一般に, 圧縮指数 C_c , 体積圧縮係数 m_v , 圧密係数 c_v を用いるが, 本章と, 6章ではそのような圧密に関する土質定数のばらつきを考慮した一次元圧密解析を取り扱い, 解析手法を確立しようとするものである。

通常, 一次元圧密解析には Terzaghi 理論が用いられることが多い。ただし, これは, 解析に用いられる体積圧縮係数 m_v , 圧密係数 c_v などのパラメータが一定値をとり, かつ均質であることを仮定している。したがって, これらの土質定数の不均一性や非線形性を詳細に考慮した解析を行おうとした場合, 一次元圧密の場合でも差分法や有限要素法などの数値解析法が必要となる。また, 実際の盛土などの施工過程にしたがった解析をしようとした場合, 荷重の載荷条件が複雑になるという問題も生じる。このような実際の複雑な挙動を解析しようとした場合, 有限要素法を用いて連成問題を解くのが容易である。したがって, 本研究においては解析手法として有限要素法による非線形圧密解析手法²⁰⁾を用い, これにモンテカルロシミュレーションを適用することにより一次元圧密の統計的解析を行った。

圧密の統計的解析は従来からなされてきたが, 関連した研究として以下のように挙げることができる。

Vanmarcke, E.H.¹⁾らは, 地盤の初期応力, 載荷重, 圧縮比の統計量を求め, これを確率変数として取り扱い, 最終圧密沈下量の分布を求めた。Krizek, R.J.²⁾は, 圧縮比 m_c , 圧密係数 c_v , 荷重係数 $\ln(p_o + \Delta p)/p_o$ を確率変数と考えた圧密の統計的解析を行い, 実測沈下量と比較を行った。Freeze, R.A.³⁾は透水係数 k を対数正規分布, 間隙率 n , 体積圧縮係数 m_v を正規分布と仮定し, 差分法にモンテカルロシミュレーションを適用して圧密の統計的解析を行った。Chang, C.S.⁴⁾は圧密係数 c_v の分布としてガンマ分布を導入した圧密解析を行っ

た。解析手法としては、一層の問題に対してはTerzaghiの理論解を用い、不均質多層問題に対しては差分法を利用して、これにモンテカルロシミュレーション法を導入した。奥村、土田⁵⁾、土田、小野⁶⁾は、圧密係数、体積圧縮係数等の土質定数の空間的な相関特性を考慮して空港軟弱地盤の不等沈下の解析を行った。解析手法はTerzaghiの理論解にモンテカルロ法を導入した手法を用いている。ただし、不均質多層地盤の取り扱いとしては層別換算法を用いることにより対処した。Ronold, K.O.⁷⁾は、海中に建設される重力式プラットフォームの圧密沈下について、一次近似理論を用いて一次元圧密沈下の信頼性解析を行った。また、地盤の水平方向の相関性を考慮して不等沈下の解析を行った⁸⁾。その際、圧密係数、変形特性（体積圧縮係数の逆数）、水中単位体積重量、圧密降伏応力を確率変数と考えた。信頼性解析手法としては線形近似二次モーメント法、モンテカルロ法を用いて、その比較も試みている。浅岡ら⁹⁾は体積圧縮係数と圧密降伏応力を確率変数と考えて地盤の一次元圧縮沈下量をその平均値と標準偏差を用いて評価した。ここでは、土質定数の統計モデルに自己回帰モデルが用いられている。

本章では、特に完全な正規圧密土を対象として、圧密に関するパラメータが解析結果である沈下量、間隙水圧の変動におよぼす個々の基本的な性質について理論的考察²¹⁾を行った。解析パラメータとしては、変形特性を表わすものとして圧縮指数 C_c を用い、透水特性に関しては、 $e - \log k$ の正規圧密部分における直線関係を用いた。

解析パラメータの統計処理を行う場合、トレンド成分と変動成分を分離しておく必要があり、本研究では特に、パラメータの空間分布の整理法について考察を行った。特にここでは、パラメータの深さ方向に対する平均値関数、標準偏差を決定するために、情報量規準 AIC を最小化する手法^{10), 11)}を用いた。

本章では第一に、4章で示した笠岡湾干拓地軟弱地盤のデータを用い、解析に必要な4つのパラメータである圧縮指数 C_c 、初期間隙比 e_0 、初期透水係数の対数 $\log_{10} k_0$ 、 $e - \log_{10} k$ 関係の勾配 b_k の深さ方向の空間分布を求めた。第二に、 AIC を最小化する手法を用い、パラメータの深さ方向に対する最適な非線形平均値関数、および標準偏差を決定した。これに伴って、各パラメータの自己相関関数、パラメータ間の相互相関関数を決定した。最終的に、これらのパラメータを確率変数と考えたモンテカルロ法によって、解析結果である沈下量、間

隙水圧、圧密度を平均値、標準偏差を用いて評価した。

特にここでは、数種類の圧密圧力について解析を行い、圧密圧力の違いが解析結果である沈下量、間隙水圧、圧密度の平均値、標準偏差に与える影響を明らかにした。また、4つのパラメータの1つだけを確率変数とした解析を行い、各パラメータの個々の変動が解析結果の変動に与える影響について重点的に考察を行った。

5.2 圧密信頼性解析手法

5.2.1 有限要素法圧密解析手法

本章の解析においては、材料の不均質性と非線形性を考慮するために有限要素法を用いた。圧密解析に関する有限要素法には、大きく分けてChristianの方法^{12), 13)}とSandhuの方法¹⁴⁾の2種類の離散化手法が存在する。Christianの方法は、解析上、振動のない安定な間隙水圧挙動を与え、この点に関してはSandhuの方法より有利である。しかしこの手法は、本質的に、不均質地盤の水の流れを厳密に表現することができない。したがって、ここでは、Sandhuの方法を用いている。この方法によると節点において間隙水圧が表現されることになる。時間差分に後退差分を用いると、次の連立方程式を解くことによって節点変位と間隙水圧を求めることができる。ここでは、外力としては盛土などによる荷重のみを考慮している。

$$\begin{pmatrix} K_t & C \\ C^t & -H dt \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{t+dt} \\ P_{t+dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_t & C \\ C^t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_t \\ P_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dF_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

t : 任意時間

U_t : 時間 t における変位ベクトル

P_t : 時間 t における間隙水圧ベクトル

dF_t : 時間 t における荷重増分ベクトル

K : 剛性マトリックス

C : 節点変位-体積変化の変位マトリックス

H : 透水係数マトリックス

dt : 時間増分

マトリックス K, H は鉛直有効応力をパラメータとして、圧密による体積圧縮係数 m_v と透水係数 k の変化にともない更新される。この非線形性の表現について、5.2.2節と5.2.3節で説明を行う。

5.2.2 変形特性

本章の解析においては、圧縮指数 C_c を入力パラメータとし、最終的に(5.2)式の関係によって、体積圧縮係数 m_v が変形特性として解析に組み込まれる。

$$m_v = \frac{0.434 C_c}{p(1+e)} \quad (5.2)$$

e : 間隙比

p : 圧密圧力

C_c : 圧縮指数

5.2.3 透水係数

標準圧密試験によると、正規圧密領域においては $e - \log_{10} k$ の関係は直線関係となる^{18), 19)}。これにしたがって、透水係数と間隙比の関係が次の式で定式化される。

$$\log_{10} k = \log_{10} k_0 + b_k (e - e_0) \quad (5.3)$$

k : 任意の間隙比に対する透水係数

k_0 : 初期透水係数

e_0 : 初期间隙比

b_k : 比例定数

5.2.4 モンテカルロシミュレーション法

解析においては、 $e_0, C_c, \log_{10} k_0, b_k$ を最も基本的な確率変数と考える。各パラメータは、5.3節で示す平均値、標準偏差、自己相関関数を有するものとする。次に、これらの統計量を満足する正規乱数を発生し、(5.2), (5.3)式から、 m_v と k の乱数がつくられる。ただし、乱数発生法については3.4節に示したとおりである。この m_v, k から剛性マトリックス K と透水係数マトリックス H が生成され、最終的に(5.1)式を繰り返して解くことによって、解析結果である圧密沈下量、間隙水圧の平均値、標準偏差を求めることができる。

5.3 解析パラメータの統計モデル

5.3.1 解析パラメータの分布

実際の軟弱地盤における、(5.2), (5.3)式における4つのパラメータ、 $e_0, C_c, \log_{10} k_0, b_k$ の空間分布をFig.5.1に示す。図中、実線は平均値、破線は σ 限界値であるが、これの求め方は次節で詳細に示すものとする。また、図中の記号はボーリング孔を表している。今回はデータ数に限界があり、パラメータの分布型を厳密に決定できるには至らなかった。しかし、透水係数については、対数正規分布することが報告されている¹⁵⁾ので、これにしたがって対数正規分布を仮定した。また、 e_0 と C_c については正規分布することが報告されており^{2), 5), 16)}、これにしたがった。 b_k についても分布に特に偏りは見られないので正規分布を仮定した。

5.3.2 統計モデルの決定手法

Fig.5.1のようなばらつきをもったパラメータの深さ方向の平均値関数を求める

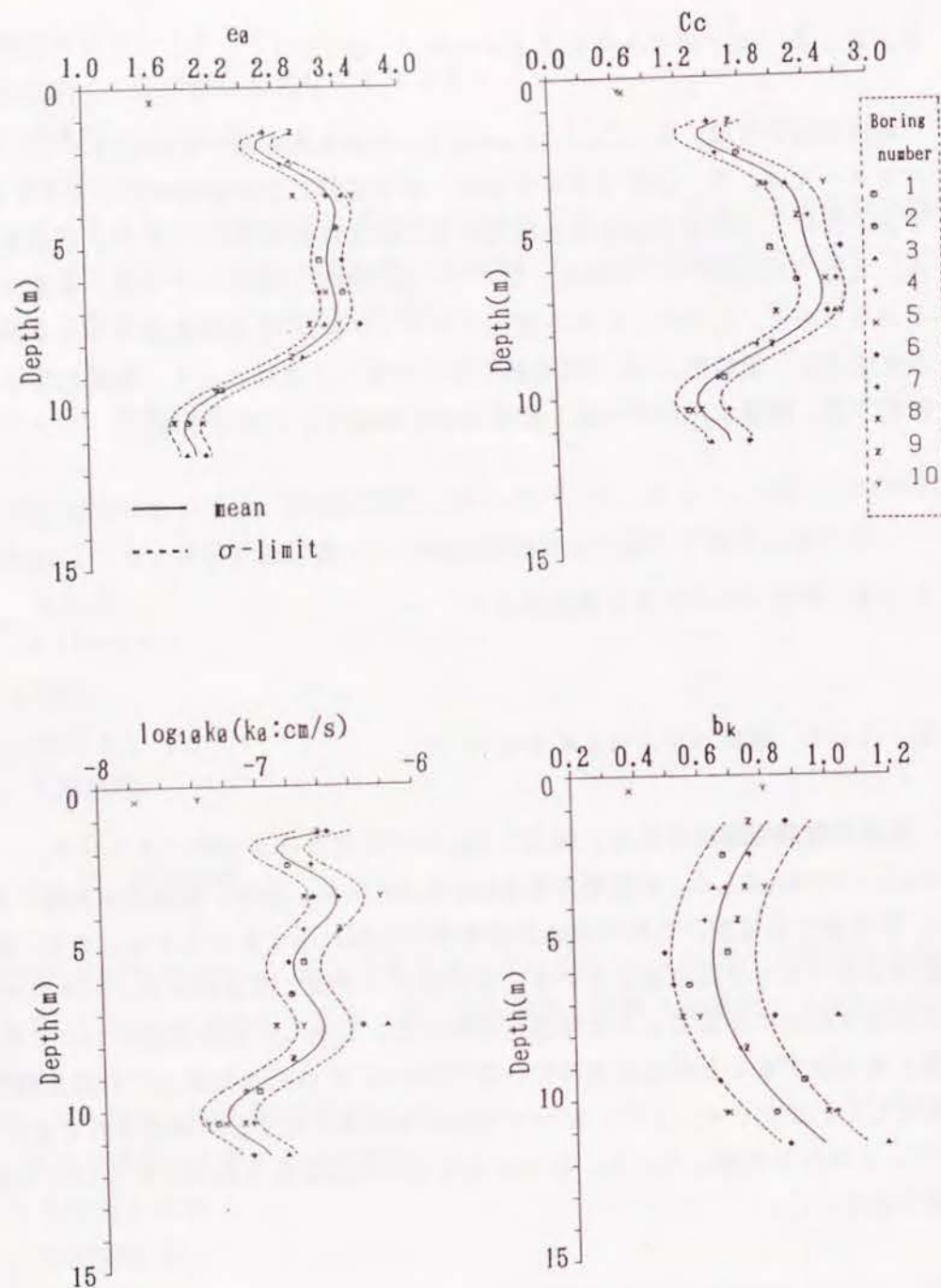


Fig.5.1 土質定数の分布

場合、直線よりは高次の関数を当てはめるのが合理的であろう。しかし、より高次の関数を当てはめた方が、よりパラメータの分布に適合した、すなわちその平均値周りの分散を小さくできるが、何次関数でとどめるかが問題となる。そこで、一般によく用いられるのが赤池の情報量規準 AIC を最小化する方法である。深さ Z に対して、パラメータの q 次のモデル関数 $Y(Z)$ を次のように定義する。

$$Y(Z) = m(Z) + \varepsilon(Z) \quad (5.4)$$

$\varepsilon(Z) : N(0, \sigma)$ の正規確率変数

$m(Z) = a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + a_3 Z^3 + \dots + a_q Z^q$: 平均値関数

また、実際の n 個のサンプル値を $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ とし、そのサンプル値に対応した深さを $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ とする。

このとき二乗誤差 S_q は、

$$S_q = \sum_{i=1}^n (Y_i - m(Z_i))^2 \text{ となる。}$$

各サンプル値を、独立な確率変数であると仮定するなら、モデルの対数尤度（すなわち尤度 $\Pi f(Y_i | \theta)$ の対数）は(5.5)式のようにになる。一般に、土質サンプリングデータは、最も近隣のものの同士の若干の空間的相関性を除けば、ほぼ独立と考えてもよいので、 $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ 間の相関性はないと仮定した。

$$\ln \left(\prod_{i=1}^n f(Y_i | \theta) \right) = -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{S_q}{2\sigma^2} \quad (5.5)$$

$$\theta = (\sigma, a_0, a_1, \dots, a_q)$$

f : 確率密度関数

これから、 AIC が次の式で与えられる。

$$AIC = -2 \max \left(\ln \left(\prod_{i=1}^n f(Y_i | \theta) \right) \right) + 2(q+1) \quad (5.6)$$

ここで、 $\max(\cdot)$ は、 θ を変数ベクトルと考えた場合の対数尤度の最大値を表わしている。すなわち、対数尤度を最大化することによって任意の次数 q に対して AIC を決定することができる。対数尤度を、変数の一つである σ^2 に対して最大化するために次の式を用いることができる。

$$\frac{\partial \ln \left(\prod_{i=1}^n f(Y_i | \theta) \right)}{\partial \sigma^2} = 0 \quad (5.7)$$

これから,

$$\sigma^2 = S_q / n \quad (5.8)$$

これを(5.5)式に代入して, $\max(\cdot)$ が次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \max \left(\ln \left(\prod_{i=1}^n f(Y_i | \theta) \right) \right) \\ = -\frac{n}{2} \ln \frac{\min S_q}{n} - \frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ここで, $\min S_q$ は, a_0, a_1, \dots, a_q を変化させることによって S_q を最小化することを意味する。すなわち, 次の方程式からパラメータ a_0, a_1, \dots, a_q を決定することができる。

$$\frac{\partial S_q}{\partial a_i} = 0 \quad (i=0, 1, 2, \dots, q) \quad (5.10)$$

最終的に, 平均値関数の次数 q を変化させて, AIC を最小化するように最適次数 q を決定することができる。また, 不偏推定分散は $S_q / (n - q - 1)$ で与えられる。

この方法によって求められたパラメータの平均値関数と σ 限界値を Fig. 5.1 に示してある。また, 平均値関数と標準偏差の値が Table 5.1 に示してある。

今回対象としているのは, 非常に均質な海成粘土である。また, 試験において, かなり大きな圧密圧力が加えられたときに現われる正規圧密挙動の部分だけを対象としているので, 各パラメータのばらつきは小さなものとなっている。

一方, 4つのパラメータの自己相関関数と相互相関関数を次の式のように定義した。

(1) 自己相関関数:

$$r_x(\Delta Z) = \exp(-\Delta Z / \delta_x) \quad (5.11)$$

ΔZ : 深さ方向の2点間の距離

δ_x : 自己相関距離

(2) 相互相関関数:

$$r_{xy}(\Delta Z) = B_{xy} \cdot \exp(-\Delta Z / \delta_{xy}) \quad (5.12)$$

B_{xy} : $\Delta Z=0$ におけるパラメータ間の相関係数

δ_{xy} : 相互相関距離

Table 5.1 土質定数の平均値と標準偏差

Parameter	Mean	Standard deviation
e_0	$14.49966 - 20.63106Z + 13.75846Z^2 - 4.553683Z^3 + 0.8296573Z^4 - 0.08441204Z^5 + 0.0044820Z^6 - 0.00009657Z^7$	0.149
C_c	$13.03685 - 20.25715Z + 13.50986Z^2 - 4.480997Z^3 + 0.823023Z^4 - 0.08480019Z^5 + 0.0045727Z^6 - 0.0001002Z^7$	0.213
$\log_{10} k_0$	$5.12204 - 20.37841Z + 13.42729Z^2 - 4.435203Z^3 + 0.8057375Z^4 - 0.08158323Z^5 + 0.0043089Z^6 - 0.0000924Z^7$	0.175
b_k	$0.957905 - 0.1131355Z + 0.01012364Z^2$	0.134

Table 5.2 土質定数の相関距離

Parameter	B_{xy}	δ_{xy}
e_0, e_0	1.0	3.0
C_c, C_c	1.0	2.5
$\log_{10} k_0, \log_{10} k_0$	1.0	*1.0
b_k, b_k	1.0	1.8
e_0, C_c	0.51	2.1
$e_0, \log_{10} k_0$	0.34	*1.0
e_0, b_k	0.0	---
$C_c, \log_{10} k_0$	0.43	*1.0
C_c, b_k	0.14	*1.8
$\log_{10} k_0, b_k$	0.77	*1.0

*assumed value

自己相関距離，相互相関距離については，試料が採集された各ボーリング孔における最短のサンプリング間隔4mにおける各パラメータの2点間の相関係数から決定した。すなわち， $r_x(4.0)$ ， $r_{xy}(4.0)$ の値から δ_x ， δ_{xy} を逆算した。2つのパラメータ間の B_{xy} と δ_{xy} の値をTable 5.2に示している。表では自己相関を相互相関の特別な場合としてまとめている。すなわち，自己相関関数を同じパラメータ間の相互相関関数とした。つまり，自己相関に関しては $B_{xy}=1$ となり，この場合の δ_{xy} は自己相関距離を表わす。表中，自己相関，相互相関距離が1mとなっているものは，相関距離がサンプリング間隔よりかなり短く，それを求めることができなかったため，短めの値を仮定したものである。 C_c ， b_k の間の相互相関距離も，2つのパラメータの自己相関距離の間の値として仮定したものである。

ここで， C_c ， e_0 間の相関性と $\log_{10} k_0$ と b_k の間の相関性が比較的強いことが注目される。また，自己相関距離に関しては，一軸圧縮強度や圧縮指数，圧密係数に対して報告されているものと比較して，妥当な値であると言える^{5)，16)，17)}。

5.4 解析条件

一次元圧密解析に用いた有限要素と層区分，単位体積重量をFig.5.2に示す。対象としている地盤は，Fig.4.7に示したように実際は若干の過圧密領域を有する地盤であるが，本章では標準圧密試験結果の正規圧密部分に相当する部分だけを用い，地盤を完全な正規圧密土として取り扱った。すなわち，土質定数としてはTable 5.1，Table 5.2に示したものをを用いている。また，地盤表層(0.0~0.6m)は比較的硬質の層であるので，全ての解析を通して線形弾性体として取り扱った。ここで，表層の材料定数は，ヤング係数387kN/m²，ポアソン比0.385，透水係数 2.0×10^{-4} m/dとした。深さ1.4m~11.4mより外側の領域では，パラメータは高次関数による外挿になるため好ましくない。したがって，この領域では，平均値を深さ1.4m，11.4の値にパラメータを固定して考えた。排水は地盤の表面からのみ行

われる片面排水とした。

解析のケースとしては，載荷重を9.8kN/m²，19.6kN/m²，29.4kN/m²，39.2kN/m²に変化させた場合について，また，4つのパラメータの1つだけを確率変数とし，個々のパラメータが解析結果に与える影響を調べた場合(この場合の載荷重は9.8kN/m²，39.2kN/m²)について解析を行った。なお，モンテカルロシミュレーションは，200回繰り返して行った。

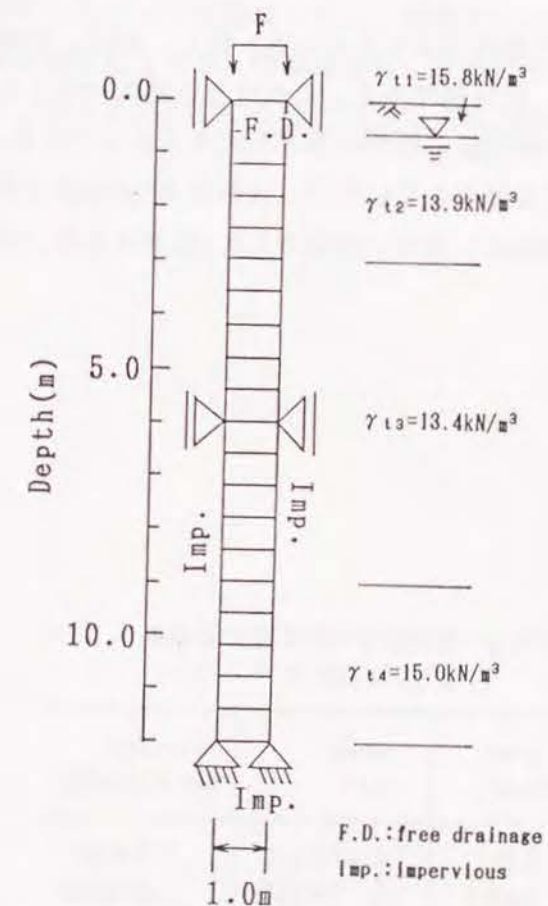


Fig.5.2 有限要素と地盤の単位体積重量

5.5 解析結果および考察

Fig.5.3～Fig.5.11に解析結果が示されている。Fig.5.3～Fig.5.5(ケース1)は載荷重を変化させた場合であり、Fig.5.6～Fig.5.8(ケース2)は載荷重 9.8kN/m^2 の場合について、4つのパラメータの1つだけを確率変数とし、他を確定値とした場合である。Fig.5.9～Fig.5.11(ケース3)は、同様の考察を載荷重 39.2kN/m^2 について行った結果である。

5.5.1 解析 ケース1 ー載荷重を変化させた場合ー

Fig.5.3には沈下曲線が示されている。但し、図中、実線は平均値であり、破線は σ 限界値、 2σ 限界値である。これは他の図についても同様である。荷重が大きいほど沈下量の平均値、標準偏差とも大きくなっている。特徴としては、圧密初期には標準偏差は増大していくが、圧密度が50%を越えたあたりから一定値となっている。変動係数は、大きい区間でも0.1程度であり、沈下量の変動は小さいといえる。

Table 5.3 圧密度が80%に達するのに
要する時間(ケース1)

Load (kN/m^2)	Mean (d)	Standard deviation(d)
9.8	4.47×10^4	7.9×10^3
19.6	5.77×10^4	1.01×10^4
29.4	7.36×10^4	1.46×10^4
39.2	9.38×10^4	2.35×10^4

Fig.5.4には間隙水圧の等時曲線が示されている。100日の場合は圧密がほとんど進んでおらず、排水面の近くを除いては、ばらつきがみられない。圧密が進むと間隙水圧の変動は大きくなり、さらに進むと逆に小さくなる。間隙水圧の標準偏差は深さ方向に対してほぼ一定である。また、図から、載荷重が大きくなるにつれて、間隙水圧の消散に遅れが生じているのが分かる。

Fig.5.5には、時間に対する圧密度の変化が示されている。載荷重が大きくなるほど圧密が遅れるのが分かる。圧密度の標準偏差は、圧密初期から徐々に増大し、圧密が終わりに近づくにつれて小さくなる。また、載荷重が大きい程大きくなる傾向がある。

Table 5.3には圧密度が80%に達するのに要する日数が示されている。平均値をみると、荷重の増加にしたがって日数は増大し、荷重が 9.8kN/m^2 と 39.2kN/m^2 の場合では後者は前者の約2倍となる。標準偏差も、荷重の増加にしたがうが、変動係数は荷重 9.8kN/m^2 のとき0.18であるのに対して、 39.2kN/m^2 では0.25と増加する。

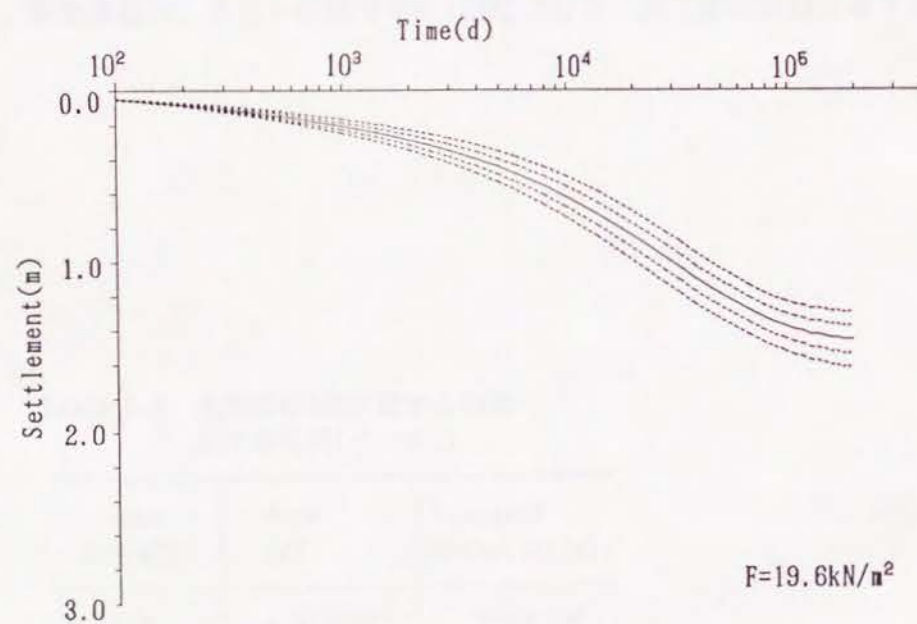
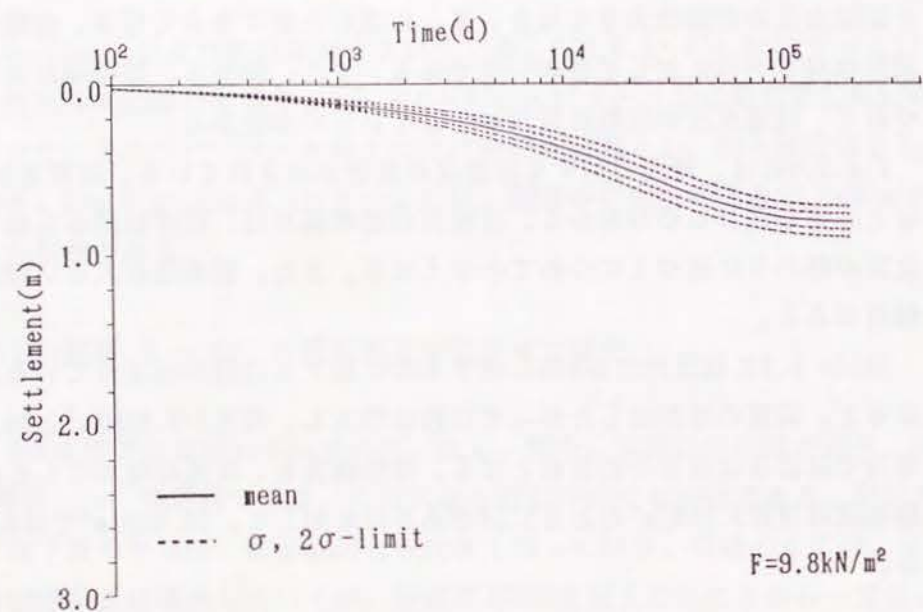


Fig.5.3 時間-沈下曲線(ケース1)

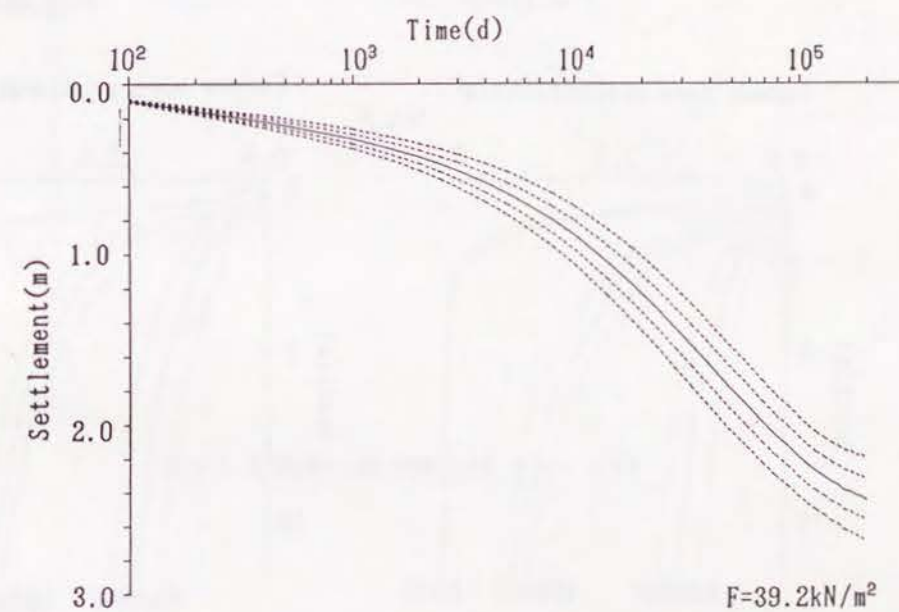
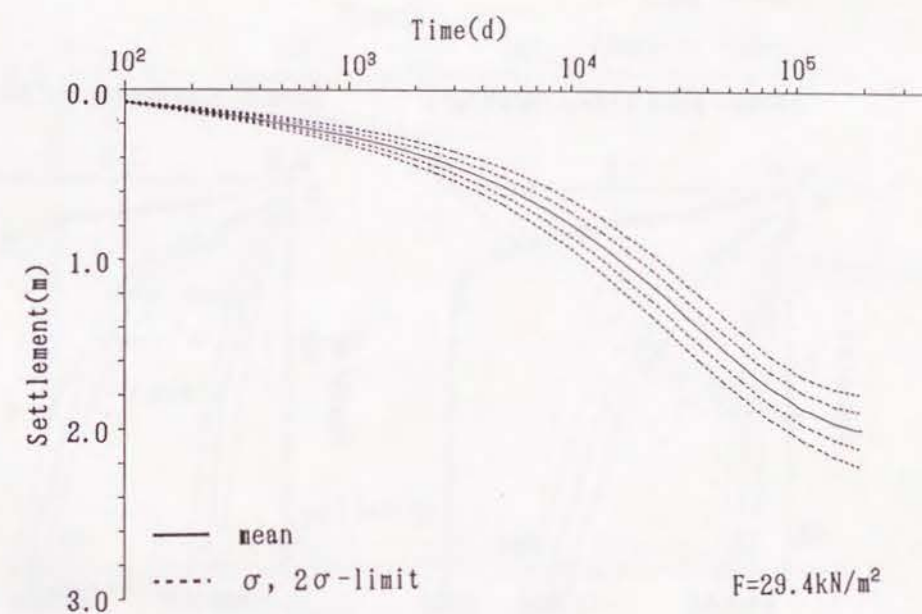


Fig.5.3 時間-沈下曲線(続き)

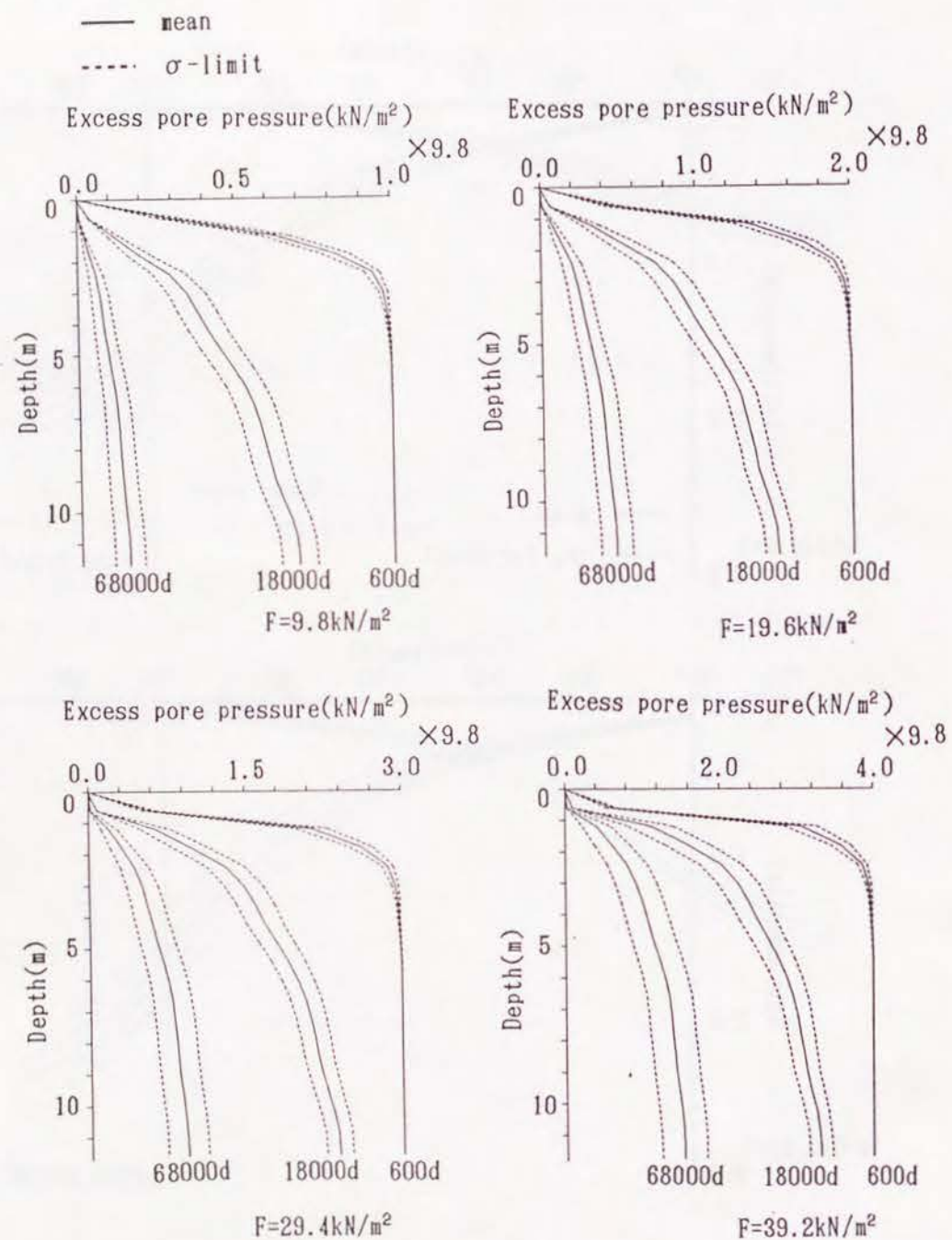


Fig.5.4 過剰間隙水圧の等時曲線(ケース1)

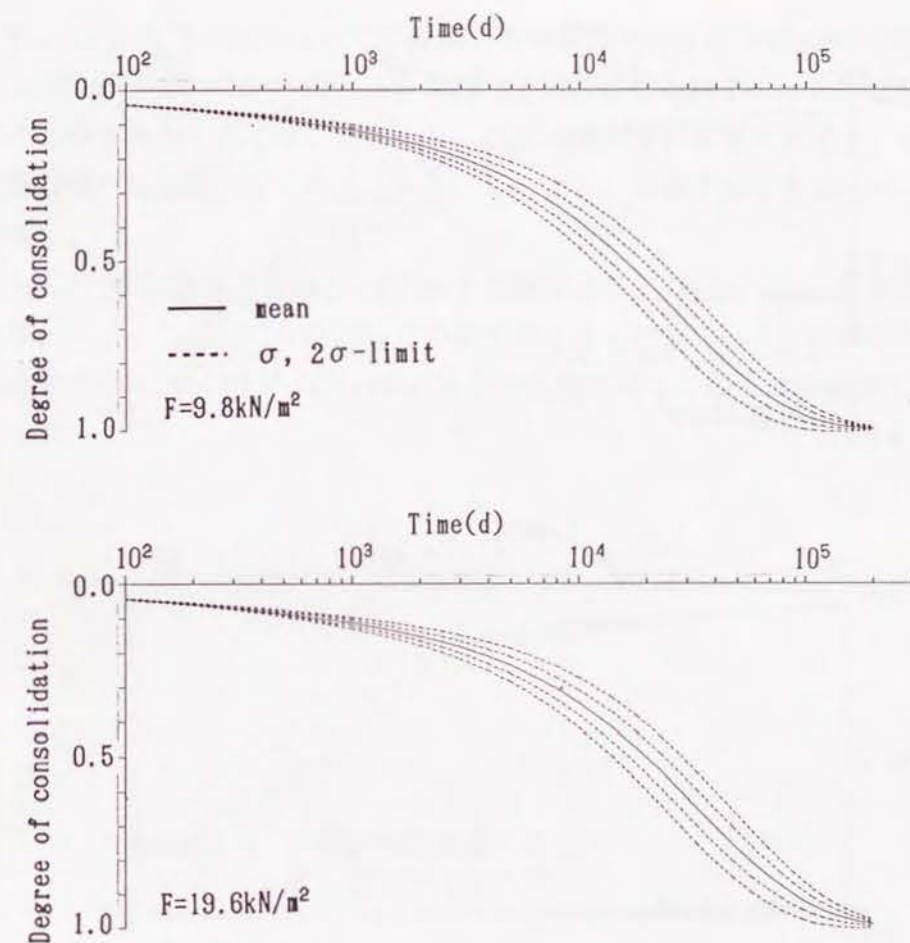


Fig.5.5 時間-圧密度曲線 (ケース1)

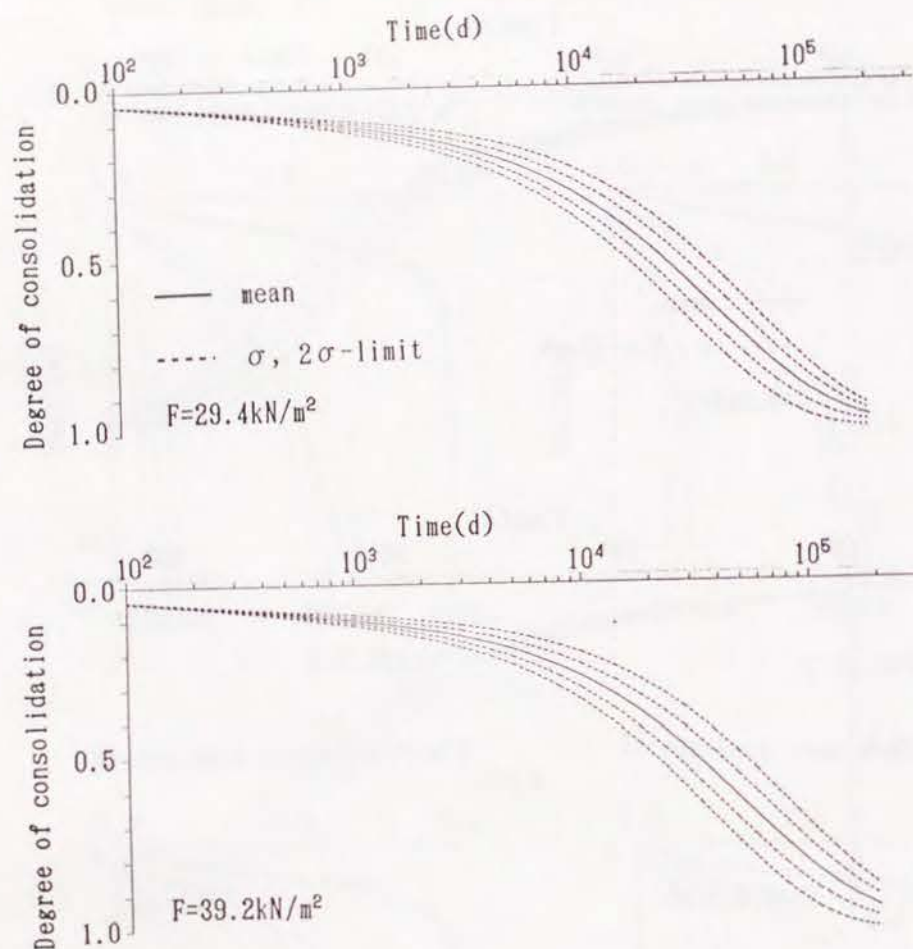


Fig.5.5 時間-圧密度曲線 (続き)

5.5.2 解析ケース2 - 載荷重小で確率変数の種類を変化させた場合 -

Fig.5.6に沈下量を示されているが、これによると、沈下量に対して影響が大きいのは C_c と $\log_{10} k_0$ である。最終沈下量に影響を持つ C_c は、圧密過程の最後で影響が大きくなるが、 $\log_{10} k_0$ は圧密途中での影響が大きく、圧密過程の最終段階では影響がなくなる。一方、 e_0 と b_k は沈下量の変動に対して影響が小さい。

Fig.5.7の間隙水圧とFig.5.8に示す圧密度では、 $\log_{10} k_0$ の影響が支配的である。 C_c と b_k がこれに続いての影響が大きくなっている。圧密度が80%に達する日数(Table 5.4)では $\log_{10} k_0$ を確率変数と考えた場合の変動が特に大きい。

Table 5.4 圧密度が80%に達するのに要する時間(ケース2)

Probabilistic parameter	Mean (d)	Standard deviation(d)
e_0	4.28×10^4	1.10×10^3
C_c	4.33×10^4	3.95×10^3
k_0	4.57×10^4	9.57×10^3
b_k	4.28×10^4	2.38×10^3

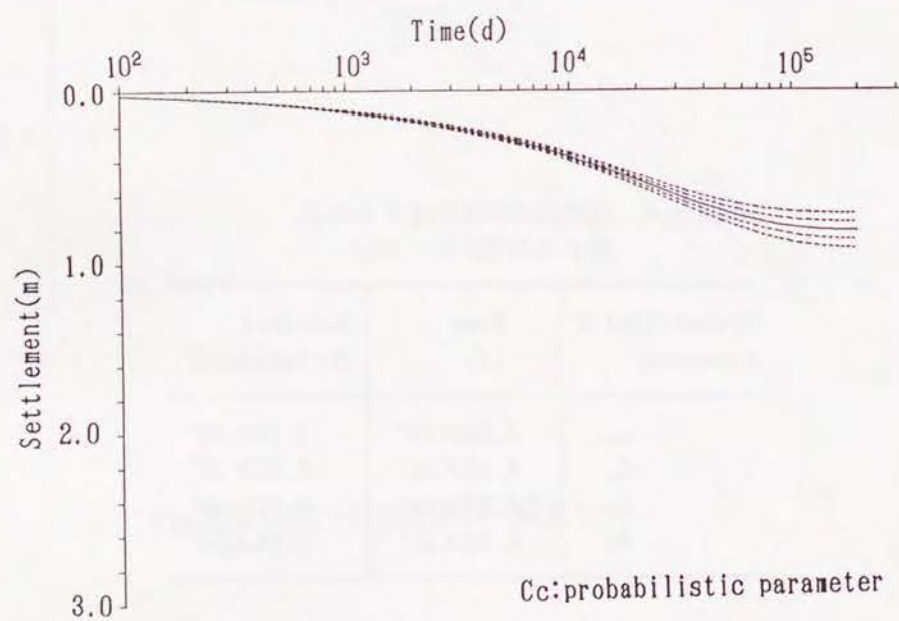
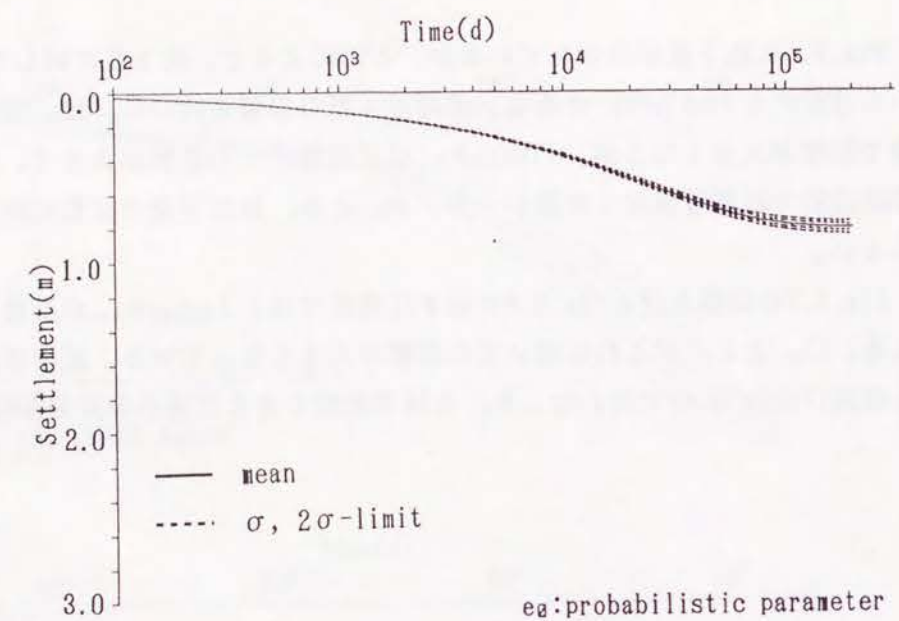


Fig.5.6 時間-沈下曲線(ケース2)

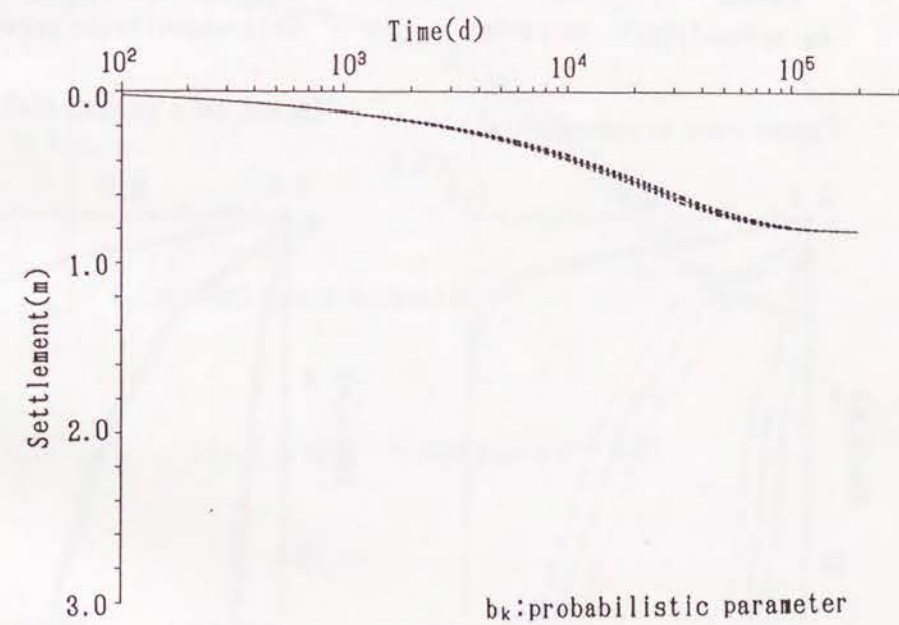
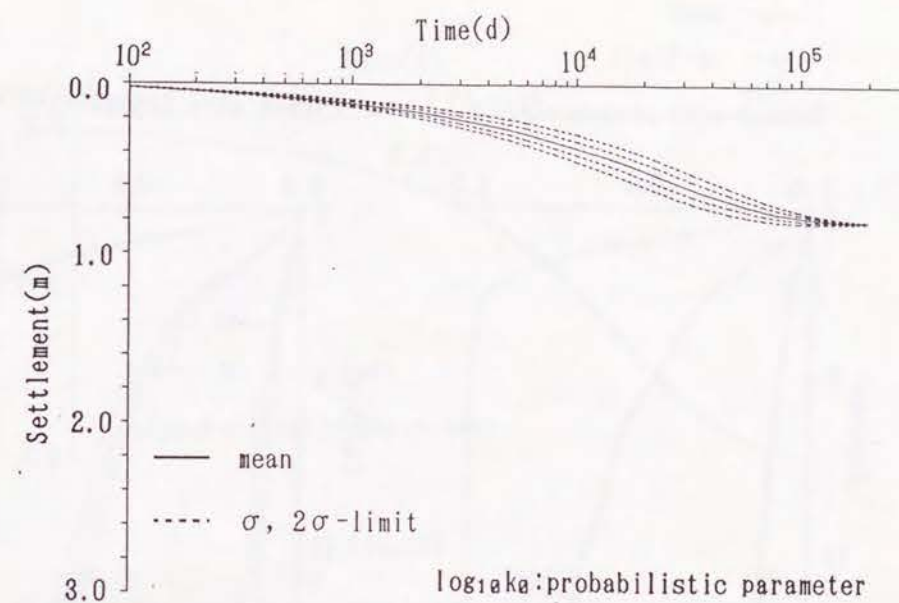


Fig.5.6 時間-沈下曲線(続き)

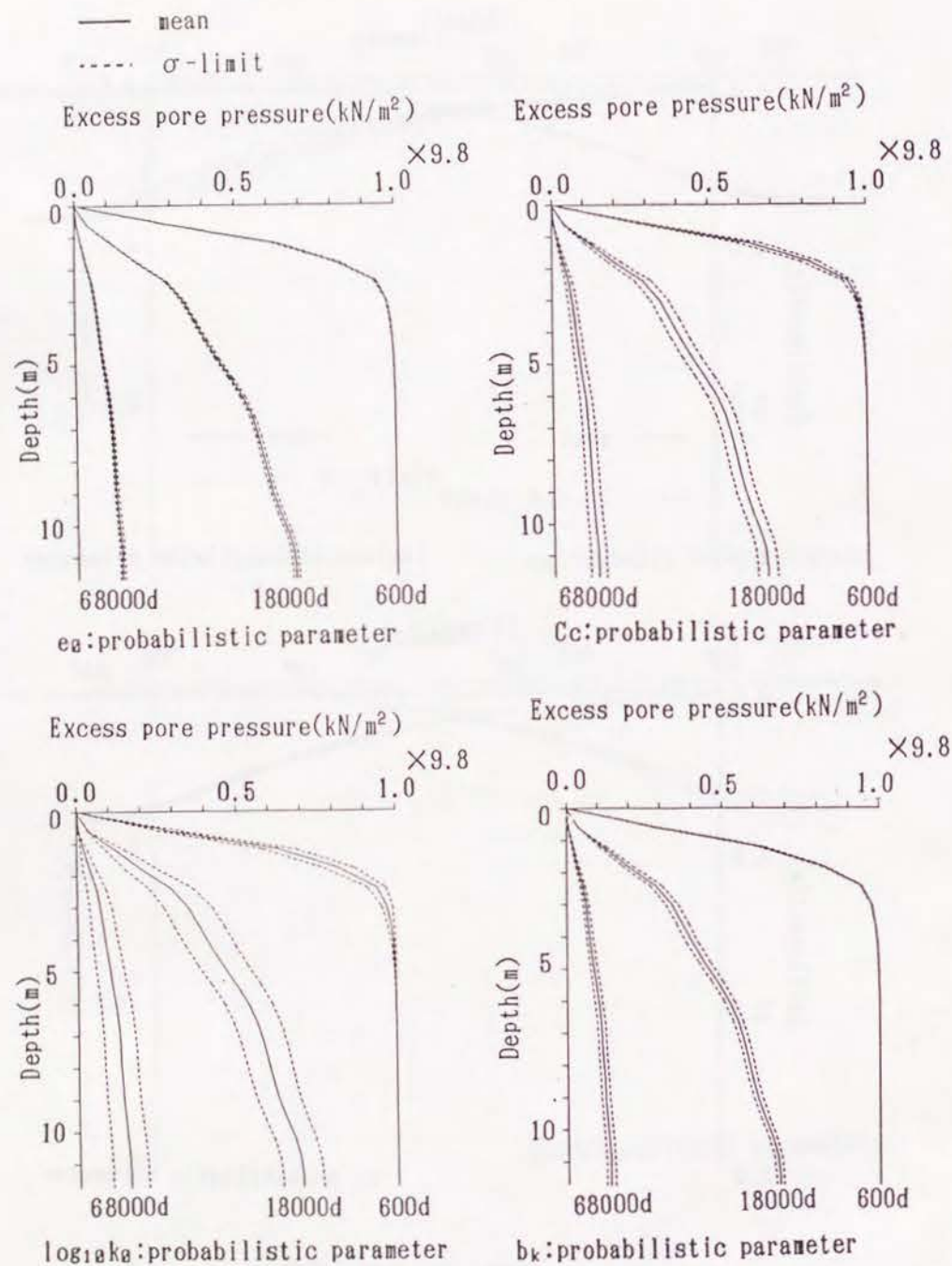


Fig.5.7 過剰間隙水圧の等時曲線(ケース2)

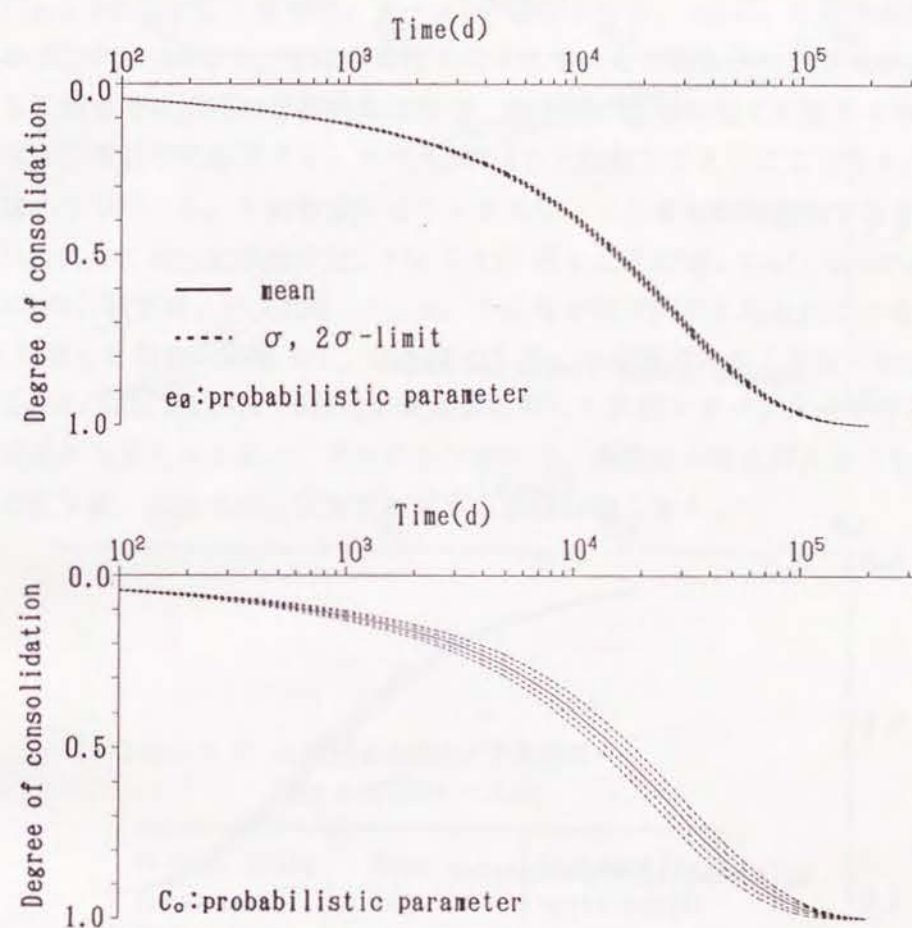


Fig.5.8 時間-圧密度曲線(ケース2)

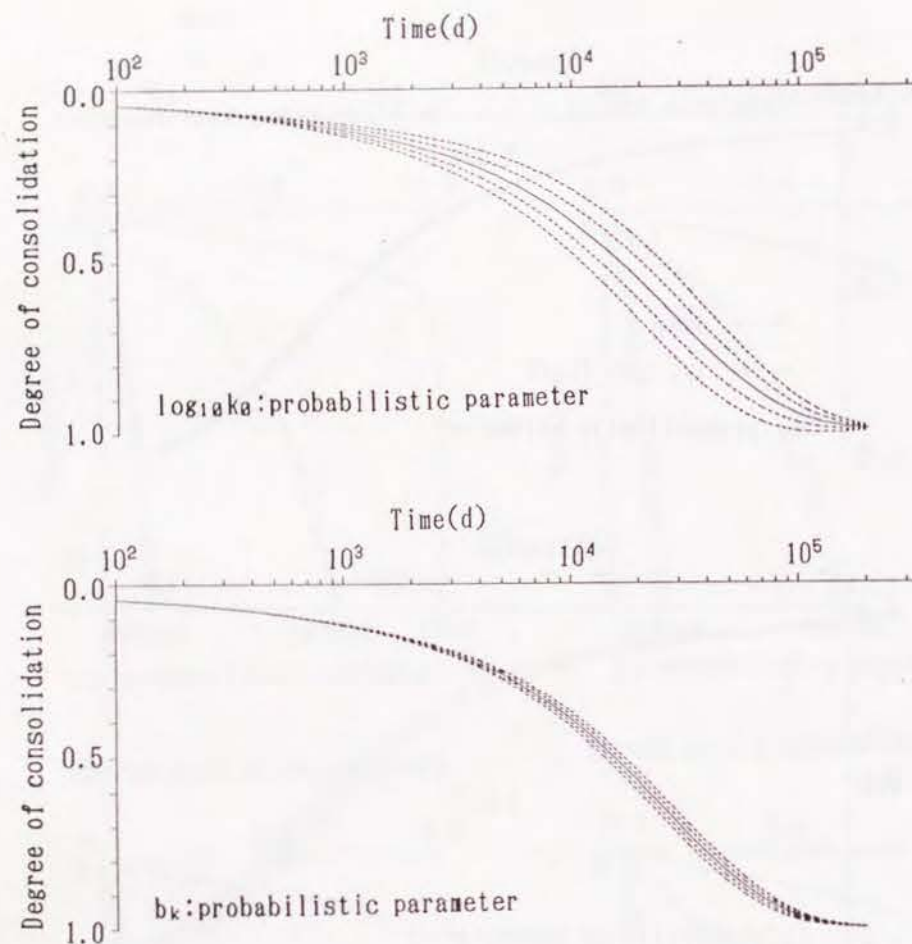


Fig.5.8 時間－圧密度曲線（続き）

5.5.3 解析ケース3 一載荷重大で確率変数の種類を変化させた場合一

Fig.5.9に示す沈下量では、ケース2の場合と同様、 e_0, C_c を確率変数と考えたものと、 $\log_{10} k_0, b_k$ を確率変数と考えたものとで特徴的な差が現われる。すなわち、前者では圧密の最終的な段階で、沈下量の変動に強く影響するのに対して、後者は圧密途中で影響する。ケース2の場合と比較すると、ここでも e_0 による影響は小さいが、 b_k の影響はかなり大きくなっているのが特徴的である。

Fig.5.10に示した間隙水圧、Fig.5.11に示した圧密度、Table 5.5で示した圧密度80%の日数では、 $C_c, \log_{10} k_0, b_k$ の影響がほぼ同等に現われている。ケース2と比較した場合、間隙水圧、圧密度でも b_k の影響が大きくなるのが注目される。

C_c, b_k は圧密圧力、間隙比の変化量に対して影響するパラメータであるので、載荷重が大きくなるほど、すなわち圧密圧力、間隙比の変化が大きくなればなるほど沈下量、間隙水圧、圧密度に対する影響は強くなる。

Table 5.5 圧密度が80%に達するのに要する時間(ケース3)

Probabilistic Parameter	Mean (d)	Standard deviation(d)
e_0	8.79×10^4	2.7×10^3
C_c	9.42×10^4	2.17×10^4
k_0	9.35×10^4	2.10×10^4
b_k	9.08×10^4	1.88×10^4

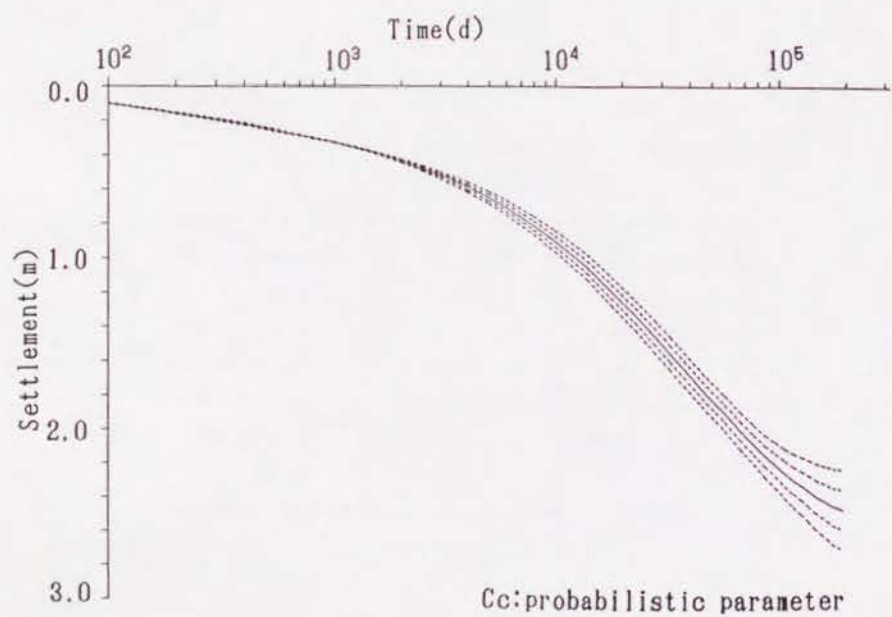
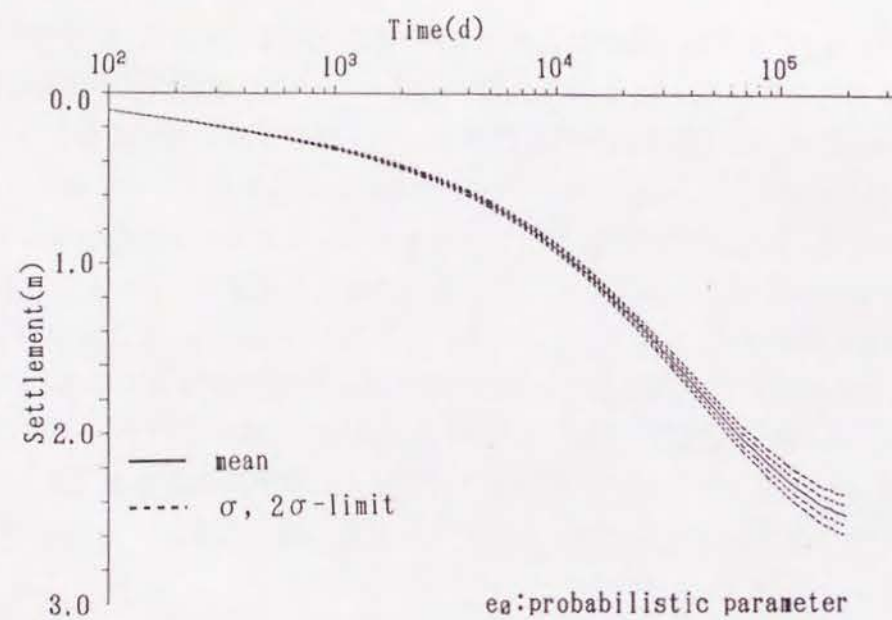


Fig.5.9 時間-沈下曲線(ケース3)

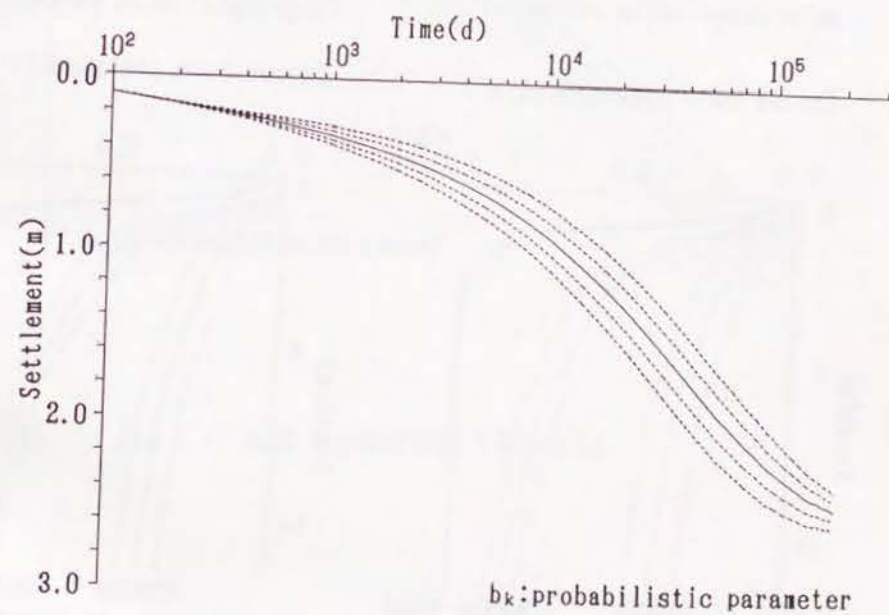
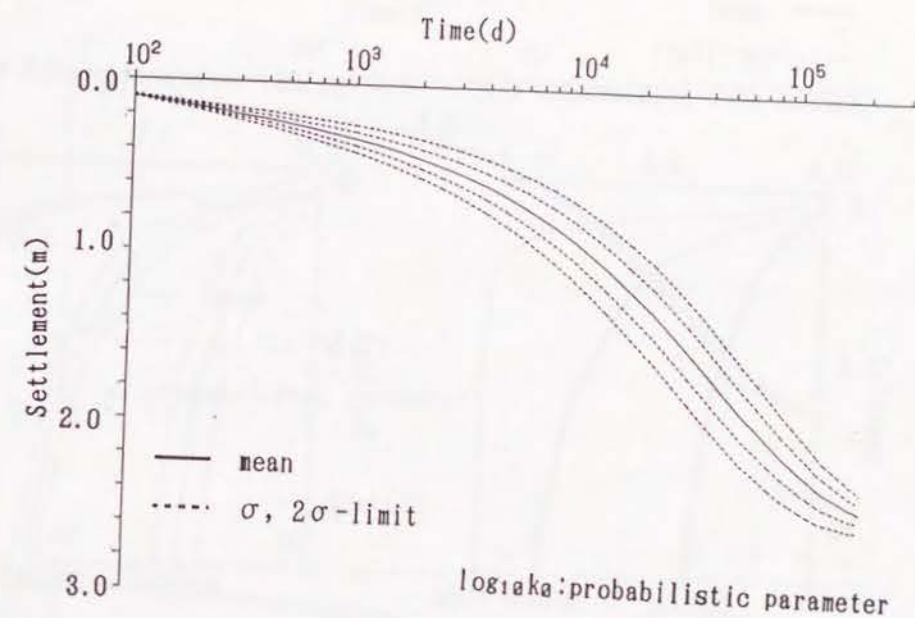


Fig.5.9 時間-沈下曲線(続き)

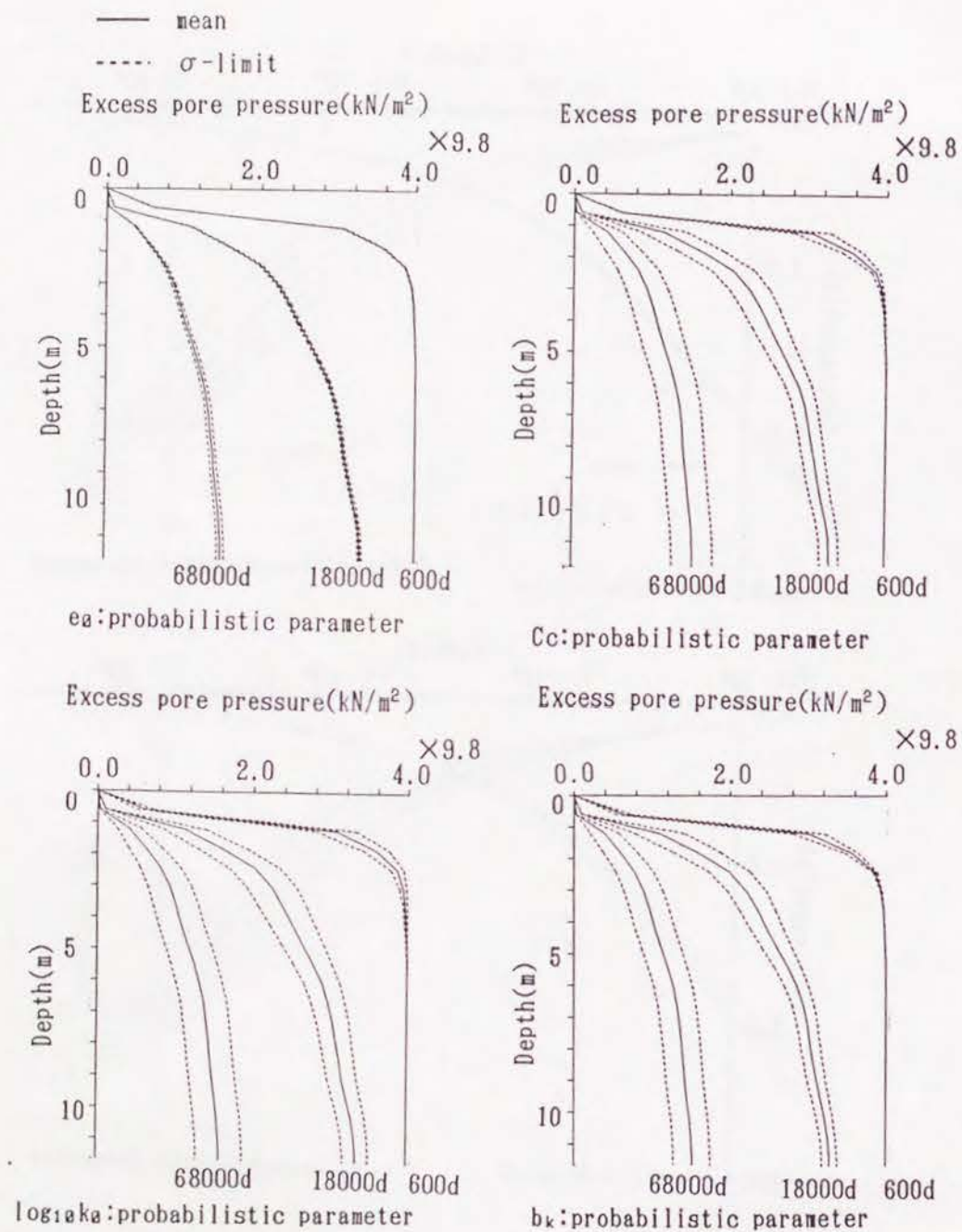


Fig.5.10 過剰間隙水圧の等時曲線 (ケース3)

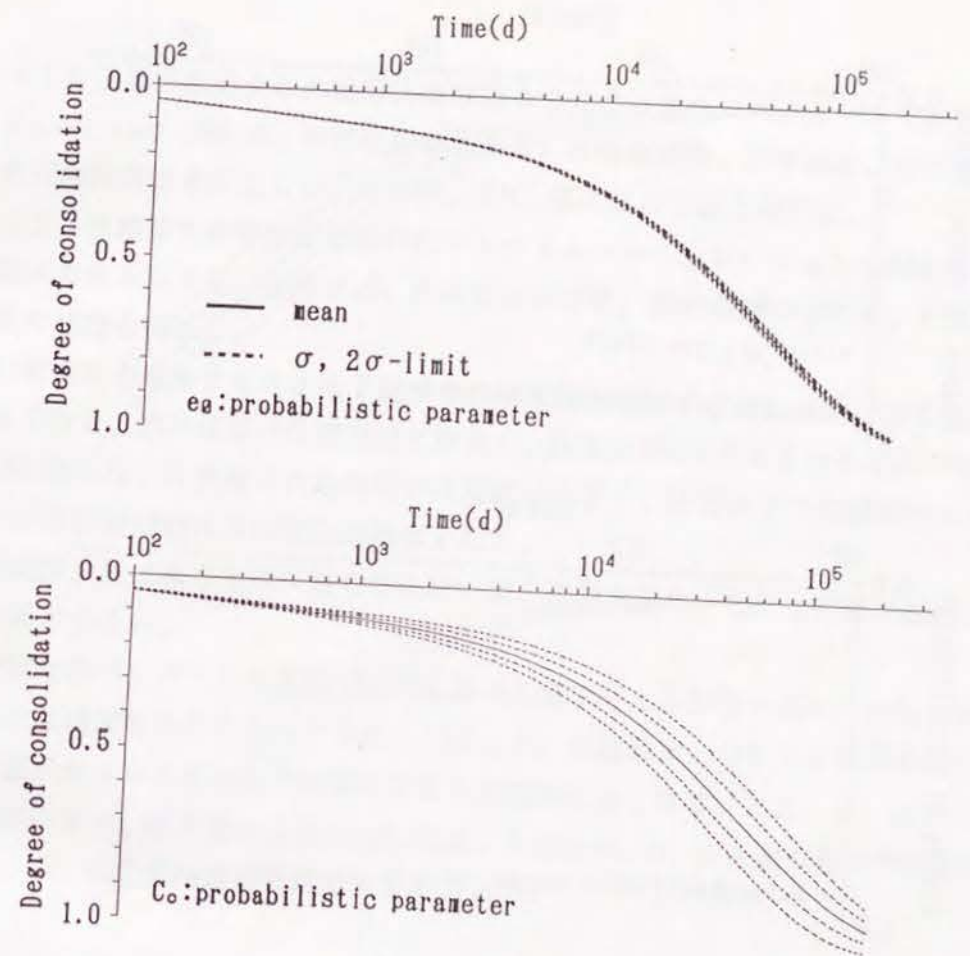


Fig.5.11 時間-圧密度曲線 (ケース3)

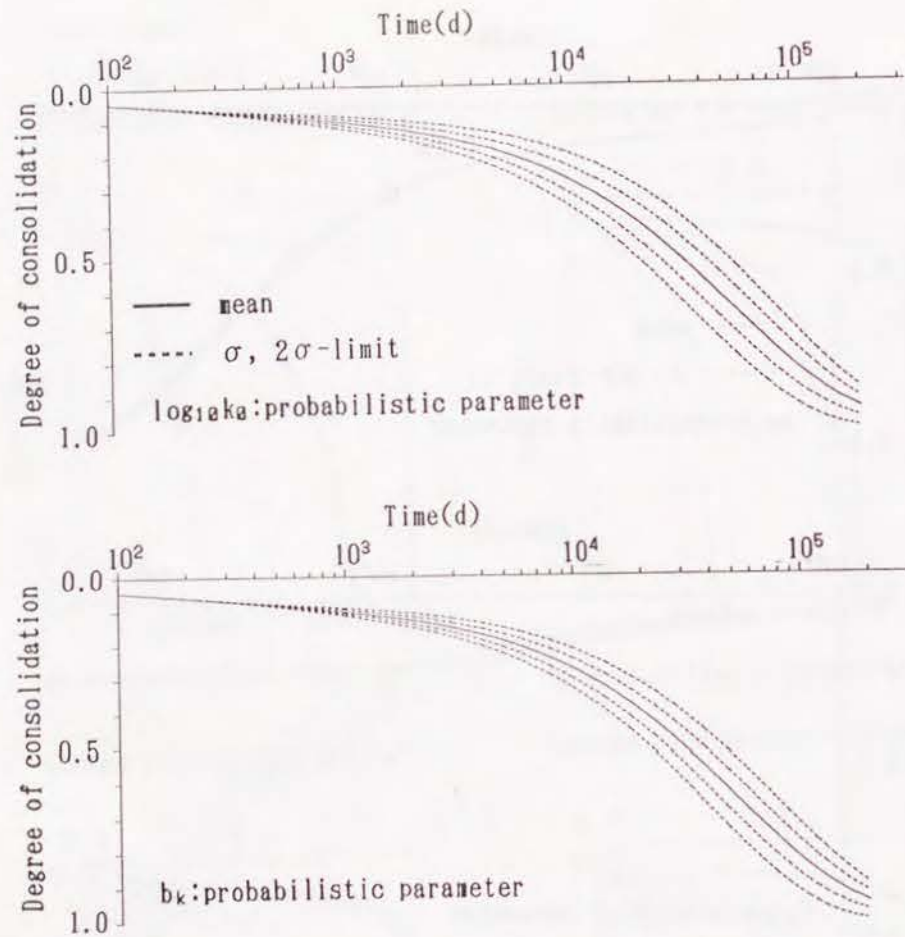


Fig.5.11 時間-圧密度曲線 (続き)

(1) 正規圧密粘土の非線形圧密挙動を表現する4つのパラメータである $e_0, C_c, \log_{10} k_0, b_k$ の空間分布を求め、平均値関数、標準偏差、自己相関関数、相互相関関数を決定した。その際、AIC 最小化の手法を用いた。

(2) 有限要素非線形圧密解析にモンテカルロシミュレーションを導入し、解析結果である沈下量、間隙水圧、圧密度の平均値、標準偏差を求めた。その結果、次の結論を得た。

- 1) 载荷重を増加させると沈下量はその平均値が増加するのに伴い、標準偏差も大きくなる。標準偏差は圧密初期に増大し、圧密度50%のあたりからほぼ一定を保つ。
- 2) 間隙水圧、圧密度は初期段階では変動が小さく、圧密途中で変動が増大し、圧密の最終段階では再び変動が小さくなる。
- 3) 間隙水圧は深さ方向に対してほぼ一定の変動を示す。ただし、排水面近くでは変動が小さい。
- 4) 個々のパラメータの変動が解析結果の変動に与える影響を調べた結果、次の特徴的な結果を得ることができた。 $\log_{10} k_0$ の影響はいつも大きい。 b_k, C_c は载荷重が大きいときは解析結果に与える影響が大きくなる。また、 e_0 はいつも影響が小さい。沈下量の変動に対しては、 $\log_{10} k_0, b_k$ が圧密の途中で支配的であり、 C_c は圧密の最終段階で支配的である。

- 1) Vanmarcke, E.H. and Fuleiham, N.: Probabilistic Prediction of Levee Settlement, Proc. of 2nd International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, pp.176-190(1975)
- 2) Krizek, R.J., Corotis, R.B. and El-Moursi, H.H.: Probabilistic Analysis of Predicted and Measured Settlements, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 14, No.1, pp.17-33(1977)
- 3) Freeze, R.A.: Probabilistic One-Dimensional Consolidation, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.103, No. GT7(1977)
- 4) Chang, C.S.: Uncertainty of One-Dimensional Consolidation Analysis, Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.111, No.12, pp.1411-1424(1985)
- 5) 奥村樹朗, 土田 孝: 土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定, 港湾技術研究所報告, 第20巻3号, pp.131-168(1981)
- 6) 土田 孝, 小野憲司: 数値シミュレーションによる不同沈下の予測とその空港舗装設計への適用, 港湾技術研究所報告, 第27巻4号, pp.123-200(1988)
- 7) Ronold, K.O.: Probabilistic Consolidation Analysis with Model Updating, Journal of Geotechnical Division, ASCE, Vol.115, No.2, pp.199-210(1989)
- 8) Ronold, K.O.: Probabilistic Approach to Differential Settlements of Tripod Platform, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.117, No.8 (1991)
- 9) 浅岡 顕, 松尾 稔, 藤川和之, 柳瀬重靖: 沈下計算の信頼性と圧密試験の間隔についての一考察, 昭和56年度サンプリングシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp.47-54(1981)
- 10) 赤池弘次: 情報量規準AICとは何か, 数理科学, No153-3, pp.5-211(1976)
- 11) 赤池弘次: エントロピーとモデルの尤度, 日本物理学会誌, Vol.35-7, pp.608-614(1980)
- 12) Christian, J.T.: Undrained Stress Distribution by Numerical Methods, Journal of the Soil Mechanics Division, ASCE, Vol.94, No.SM6, pp.1333-1345(1968)
- 13) Christian, J.T. and Bohmer, J.W.: Plane Strain Consolidation by Finite Elements, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.96, No.SM4, pp.1435-1457(1970)
- 14) Sandhu, R.S. and Wilson, E.L.: Finite-Element Analysis of Seepage in Elastic Media, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95, No. EM3, pp.641-652(1969)
- 15) Freeze, R.A.: A Stochastic-Conceptual Analysis of One-Dimensional Groundwater Flow in Nonuniform Homogeneous Media, Water Resources Research, Vol.11, No.5(1975)
- 16) 土質工学会: 土質基礎の信頼性設計, 土質基礎工学ライブラリー28, (1985)
- 17) Matsuo, M. and Asaoka, A.: Probability Model of Undrained Strength of Marine Clay Layer, Soils and Foundations, Vol.17, No.3, pp.53-68(1977)
- 18) Mesri, G. and Choy, Y.K.: Settlement Analysis of Embankment on Soft Clays, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.111, No. GT4, pp.441-464, 1985.
- 19) Mesri, G. and Rokhsar: Theory of Consolidation for Clays, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.100, No. GT8, pp.889-904, 1974.
- 20) 西村伸一, 島田 清, 藤井弘章: 正規圧密土の非線形圧密解析に関する一考察, 第46回農土学会中四支部講演会講演要旨, pp.104-106(1991)
- 21) 西村伸一, 長谷川高士, 藤井弘章: 土質定数のばらつきを考慮した正規圧密地盤の有限要素法圧密解析, 農土論集, 第163号(1993), 掲載予定

6. 土質定数のばらつきを考慮した一次元圧密解析(Ⅱ)

6.1 概説

5章では、有限要素法にモンテカルロシミュレーションを導入した手法を用い、一次元圧密における信頼性解析を行った。その中で、特に、圧密圧力の違い、あるいは個々のパラメータが解析結果である沈下量、間隙水圧の平均値、標準偏差に及ぼす影響を明らかにする理論的考察を行った。本章では、実際に施工された盛土を対象に、実際問題への本解析法の適用性を検討した。

本章においても、有限要素法による非線形圧密解析手法を用い、これにモンテカルロシミュレーションを適用することにより一次元圧密の統計的解析を行った³⁾。本章においては、土質パラメータとしては、体積圧縮係数 m_v と透水係数 k を用いた。また、より実際のな計算法としてBarronの近似解を利用した解析⁴⁾も行い、有限要素法を用いた場合との比較検討を行った。

本章においても、4章で示した岡山県笠岡湾干拓地の層厚12mの沖積粘性土層を解析の対象とし、Fig.4.3に示したプレローディング盛土による圧密沈下挙動の解析を行った。第一に、不攪乱試料の標準圧密試験結果から m_v , k の統計モデルの決定を行った。決定された統計モデルに対して、上面片面排水、あるいはサンドドレーンを想定した軸対称解析を行い、沈下量、間隙水圧の統計量の時間に対する変化を求めた。また、同様の軸対称の問題に対して、Barronの近似解を用いた解析を行った。最終的に、原位置において一次元的に圧密が生じていると考えられる地点の沈下実測値と解析値の比較を行った。

6.2 圧密信頼性解析手法

6.2.1 非線形有限要素法

本章では、透水係数と変位係数の有効応力の増加にともなう変化に応じた非線形解析を行うために第一に、有限要素法を用いた圧密信頼性解析手法について考察を行った。この場合の解析手法は、5.3.1節で示した手法に準じている。

6.2.2 Barronの近似解による解析手法

実際のサンドドレーンで改良された地盤の圧密設計問題においては、有限要素法よりBarronの近似解を用いる方が簡便で一般的である。したがって、ここでは簡便な一般的手法として、圧密度の算定にBarronの近似解を適用することを考えた。以下に、その定式化について示す。

地盤を N 層に分割して考えると、最終圧密沈下量 ρ_f は一次元圧縮の場合次の式で与えられる。

$$\rho_f = \sum_{i=1}^N \rho_{fi} \quad (6.1)$$

$\rho_{fi} = m_{vi} \cdot H_i \cdot \Delta P$: 第 i 層の最終沈下量

m_{vi} : i 層の体積圧縮係数

ΔP : 載荷重

H_i : i 層の軟弱地盤層厚

ここで、第 i 層の任意時間 t における圧密度は、Barronの近似解を用いれば次の式で与えられる。

$$U_{ri} = 1 - \exp(-8Th_i/\lambda) \quad (6.2)$$

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2-1} \log n - \frac{3n^2-1}{4n^2}$$

$$n = d_e/d_w$$

$$d_e = 1.13d \quad (\text{正方形配置})$$

d : ドレーン間隔

ここで、第 i 層の時間係数は

$$Th_i = \frac{c_{hi}}{d^2} t \quad (6.3)$$

t : 任意時間

ここで、 c_{hi} は第 i 層の水平方向の圧密係数であり、第 i 層の透水係数 k_i と体積圧縮係数 m_{vi} から計算する。

$$c_{hi} = \frac{k_i}{m_{vi} \gamma_w} \quad (6.4)$$

実際に標準圧密試験から求めることができるのは鉛直方向の圧密係数 c_v であるが、ここでは簡単化のために $c_h = c_v$ と仮定した。

載荷は、段階的に行われるが、その際の平均的な地盤の各層の圧密度の計算法として簡単のため次の近似式を採用した。

$$U_{Ri} = \frac{\sum_{j=1}^m Ur_{ij} \cdot \Delta P_j}{\sum_{j=1}^m \Delta P_j} \quad (6.5)$$

Ur_{ij} : 第 j 載荷に対応する第 i 層の圧密度

ΔP_j : 各段階の荷重強度

各層の圧密度 U_{Ri} から地盤全体の平均圧密度 U_t が(6.6)式によって計算できる。また、(6.7)式から任意時間 t における沈下量を知ることができる。

$$U_t = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (1 - U_{Ri}) H_i}{H} \quad (6.6)$$

H : 全軟弱層厚

U_{Ri} : 第 i 層の圧密度

$$\rho_t = \sum_{i=1}^N \rho_{fi} \cdot U_{Ri} \quad (6.7)$$

6.2.3 モンテカルロシミュレーション法

本章の解析においても、 m_v と k を確率変数と定義している。これらのパラメ

ータの統計モデルについては次節で説明するが、本章では $\log_{10} m_v$ と

$\log_{10} k$ を正規確率変数として取り扱い、これらの平均値、標準偏差、自己相関特性を満たすように、モンテカルロシミュレーションを行った。各試行ごとに $\log_{10} m_v$ と $\log_{10} k$ に正規乱数が割り当てられる。ただし、乱数発生法は3.4節に示した手法によるものとする。最終的に、沈下量、間隙水圧、圧密度の平均値、標準偏差が求められる。

6.3 解析パラメータの統計モデル

6.3.1 体積圧縮係数、透水係数の空間分布

4章に示したように、解析対象地盤は層厚12mの沖積粘性土層より成っており、年代効果により若干の過圧密領域がみられる (Fig.4.7参照)。Fig.6.1に解析対象地盤から採取された不攪乱試料の標準圧密試験結果から求めた体積圧縮係数 m_v の分布を、Fig.6.2には透水係数 k の分布を示した。(a), (b), (c)はそれぞれ圧密圧力が $\Delta P = 0.0(\text{kN/m}^2)$, $19.6(\text{kN/m}^2)$, $39.2(\text{kN/m}^2)$ の場合に対応している。 $\Delta P = 0.0(\text{kN/m}^2)$ の状態は、地盤に土被り圧のみが働いている状態に対応している。図中の記号はボーリング孔に対応している。地盤を層分けして、各々の層において最小自乗近似を行い、それぞれ平均値と σ 限界値を示している。線形回帰でデータを整理することに対するデータの適合の良さを考慮して、一貫性に欠けるが、ここでは m_v に関しては3層、 k に関しては4層に分けて考えた。なお、今回はデータ数が少なく、パラメータの分布型を決定することができないが、文献(1), (2)に従い、 m_v と k の分布型を対数正規分布すると仮定し、その対数を正規確率変数と考えデータは対数軸を用いてまとめている。圧密過程を通し m_v の変化は小さく、 k は徐々に減少する傾向がみられる。

地盤では約 39.2kN/m^2 の盛土が載荷されているが、ほぼ一次圧密が終了したと考えられる時点でチェックボーリングがなされた。Fig.6.1(c), Fig.6.2(c)にはそ

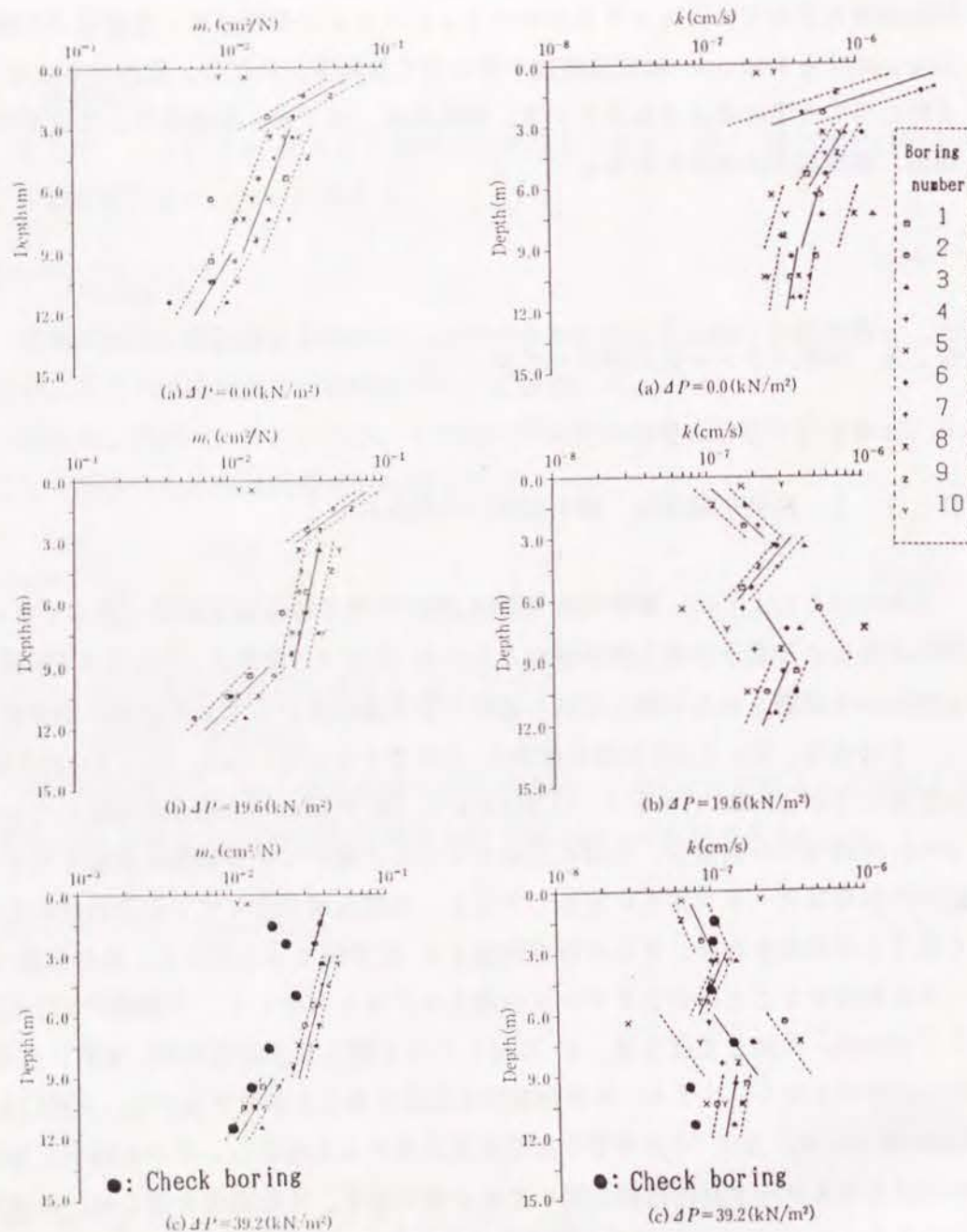


Fig.6.1 圧密圧力 ΔP にともなう
体積圧縮係数 m_v の変化

Fig.6.2 圧密圧力 ΔP にともなう
透水係数 k の変化

の結果を示してある。チェックボーリング結果は、初期のボーリング結果からの推定値に対して、 m_v に関しては小さめの値を与えているが、 k に関してはほぼよい対応をしている。

6.3.2 体積圧縮係数、透水係数の統計モデルの決定

ここでは、体積圧縮係数と透水係数の統計モデルについて示している。これらのパラメータの確率場としての基本的な表現方法は2章で示したものと同様である。ここでは、特に、圧密圧力に対して変化するこれらのパラメータの非線形性に対応できるように考慮した。体積圧縮係数の対数 $\log_{10} m_v$ の平均値関数を深度 Z に対して各層毎に(6.8)式のように定義する。

$$\mu_{mv}(Z) = A_{mv} + B_{mv} \cdot Z \quad (6.8)$$

$Mv(Z) = \log_{10} m_v(Z)$ の統計モデルは次の式で与えられる。

$$Mv(Z) = \mu_{mv}(Z) + \sigma_{mv}(Z) \cdot u_{mv}(Z) \quad (6.9)$$

$\sigma_{mv}(Z)$: $Mv(Z)$ の標準偏差

$u_{mv}(Z)$: $N(0,1)$ 型の正規確率変数

ここで、 $\sigma_{mv}(Z)$ は各層ごとに一定で、回帰分析から得られるものを用いることにする。また、 $u_{mv}(Z)$ は空間的な自己相関特性を有しており、自己相関関数は(2.9)式において c_u を Mv と読みかえることにより求めることができる。

また、ここでも、土質定数の距離が離れるにしたがって、その相関性が減少していく性質を用い、自己相関関数として2章で示した次の式を仮定した。

$$r(\Delta Z) = \exp(-\Delta Z/\delta) \quad (2.10)$$

δ : 自己相関距離

透水係数に対しても同様の定義を行い、パラメータ A_k, B_k と標準偏差 σ_k を求めた。

Fig.6.1, Fig.6.2に示すようにパラメータ A, B, σ は圧密圧力にともない変化する。その関係をFig.6.3, Fig.6.4に示す。解析においては、これが圧密中の地盤の鉛直有効応力とパラメータ A, B, σ の関係として取り込まれることになる。圧密にともない、 $u_{mv}(Z), u_k(Z)$ の値も若干変化するが、今回は簡単化のために変化しないものと仮定した。圧密中に $u_{mv}(Z), u_k(Z)$ が一定であると仮

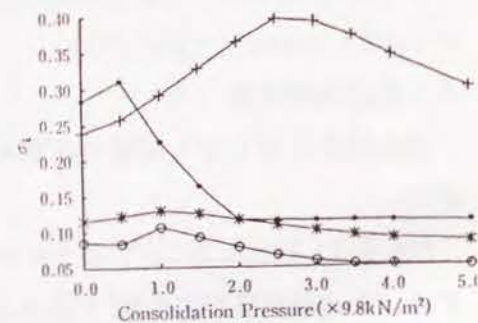
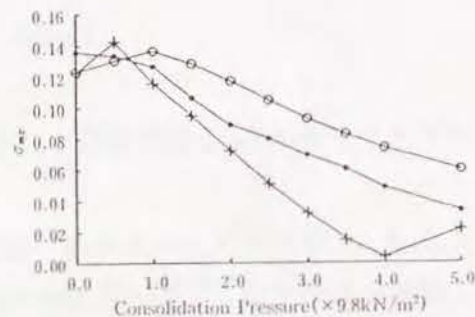
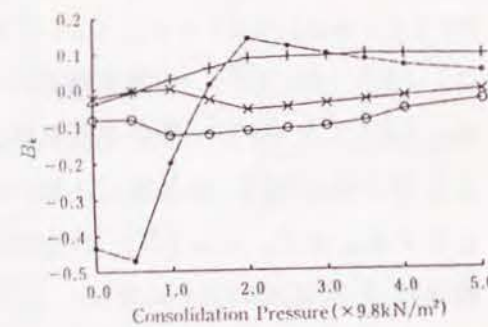
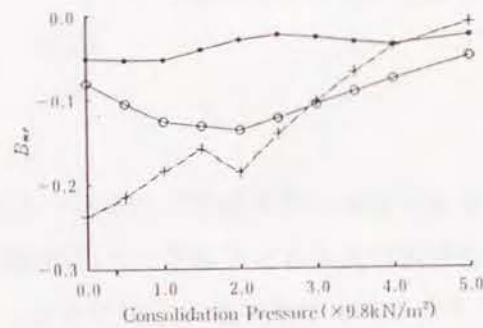
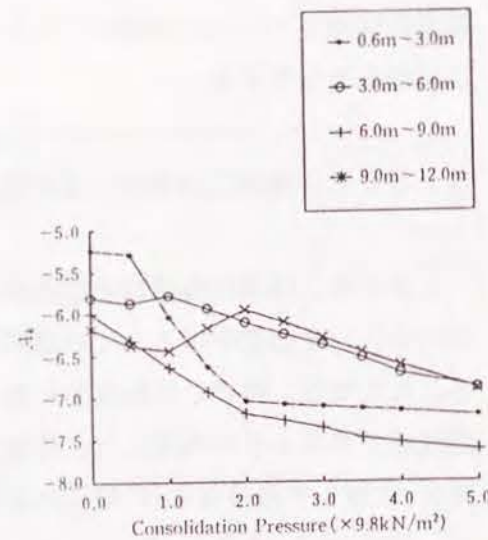
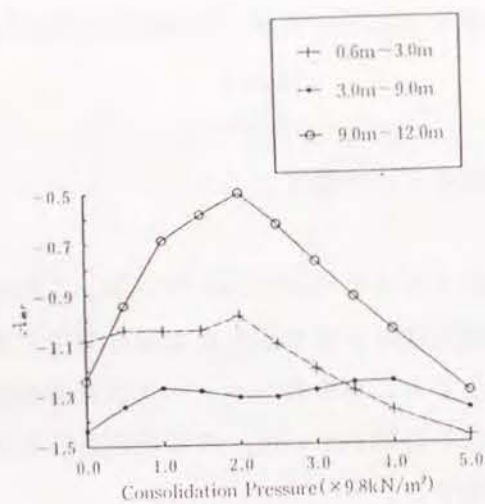


Fig. 6.3 $A_{mv}, B_{mv}, \sigma_{mv}$ の
圧密圧力 ΔP にともなう変化

Fig. 6.4 A_k, B_k, σ_k の
圧密圧力 ΔP にともなう変化

定すると、変動させる場合に比較して解析結果である変位、間隙水圧の変動が大きく計算されることになり、結果として安全側の仮定となる。

対象地盤では、一本のボーリング孔に対してサンプリングが4.0m間隔で行われており、データから(2.9)式を用いて $r(4.0)$ を求め、これと(2.10)式から自己相関距離 δ を決定した。圧密圧力が変化すると、 δ も若干変化するが、今回対象としている応力範囲である $0.0 \text{ kN/m}^2 \sim 39.2 \text{ kN/m}^2$ の平均の値として、

$\log_{10} m_v$ に関しては5.2m, $\log_{10} k$ に関しては1.4mと決定した。また、体積圧縮係数と透水係数は統計的に、独立であると仮定できることが分かった。

今回の場合はデータ数が少ない(特に0.6m~3.0mの層)ので、厳密に土質定数の統計量を決定することはできない。特に、分布型を特定することはできないが、今後さらに詳細なサンプリングがなされるようになれば、さらに厳密に統計モデルを決定することができる。

6.4 有限要素法による解析

6.4.1 解析条件

本章では、第一に、有限要素法を用いた厳密な解析結果について示している。解析は2種類のモデルについて行った。ケース1は上面片面排水の場合であり、ケース2はサンドドレーンによる排水が行われる場合である。具体的には、4章で示したFig. 4.2の盛土の測点No. 6C, No. 7Hの沈下挙動の解析を行っている。この地点の盛土の施工過程をFig. 6.5に示している。実際の対象地盤はサンドドレーンが施工されているため、ケース2が実際の場合に対応している。それぞれの有限要素と変位境界条件、排水境界条件をFig. 6.6に示した。また、図には最終的な盛土荷重 F の大きさが示されており、ケース1においては瞬時荷重の場合を、ケース2では段階荷重の場合を考えた。ただし、盛土荷重はNo. 6C, No. 7Hでは若干異なっている。また、ここでは簡単のため、盛土の剛性を無視して解析を行った。ケース1は

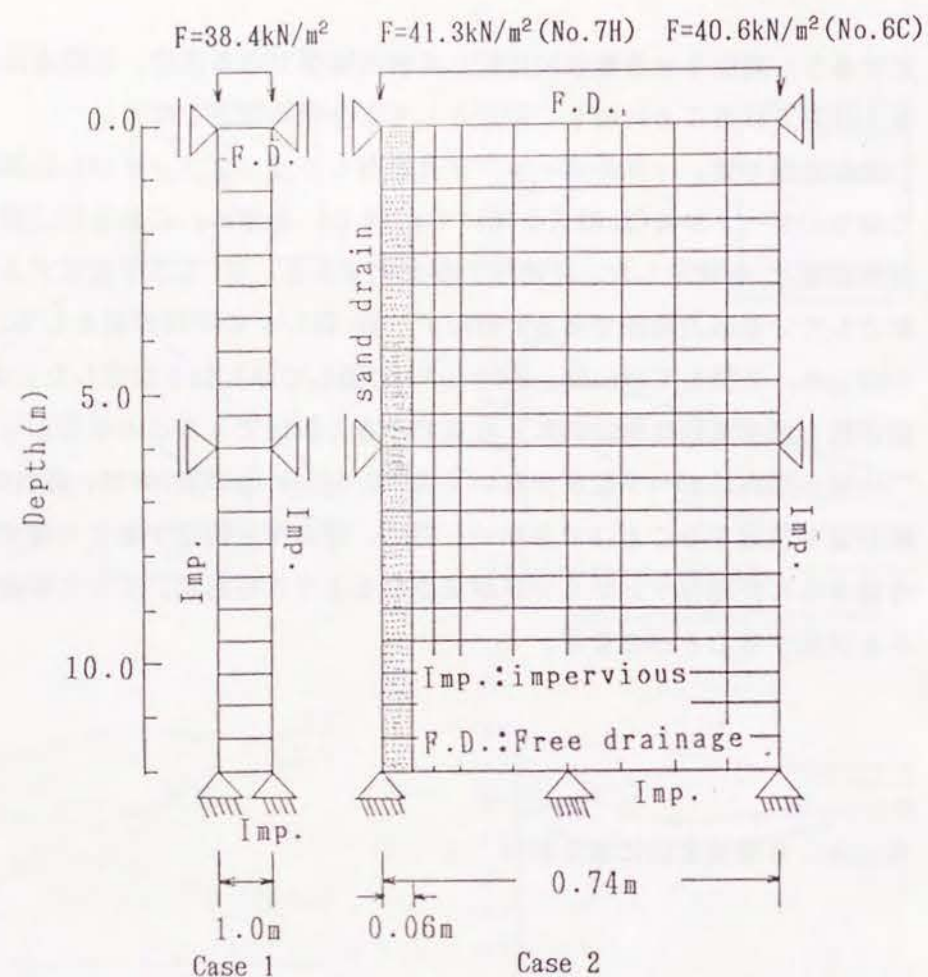
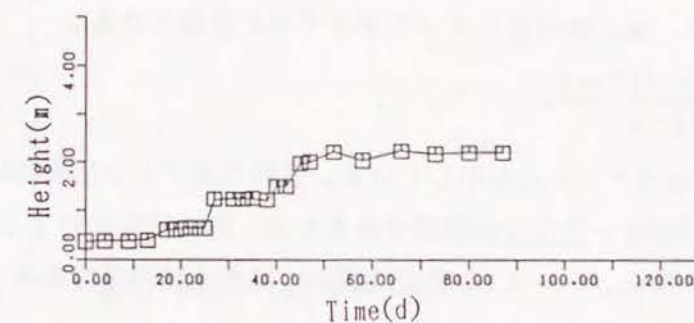


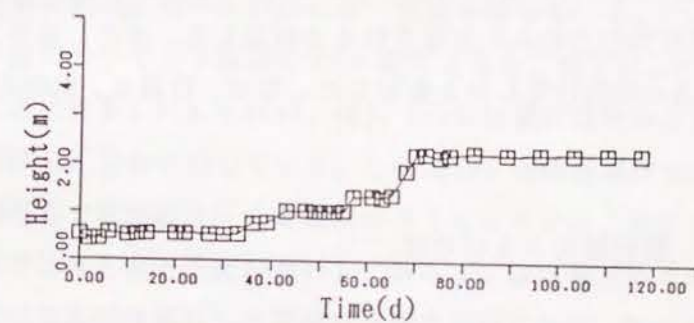
Fig.6.6 解析モデル

Table 6.1 解析に用いたポアソン比

0.0m~0.6m	0.385
0.6m~3.0m	0.379
3.0m~9.0m	0.373
9.0m~12.0m	0.391



(a) No.6C



(b) No.7H

Fig.6.5 盛土の施工過程

完全に一次元問題であるが二次元解析のプログラムを用いているため、単位幅あたりの解析を行い、平面歪問題として取り扱った。ケース2は軸対称問題として取り扱った。2つのモデルはともに、解析結果の二次の統計量までの（平均、標準偏差までの）収束を考慮して20層の等分割にした。

土質パラメータは、体積圧縮係数と透水係数に関しては6.3節に示したものをを用いた。 m_v は、次の式によってヤング率に変換される。

$$E = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{m_v(1-\nu)} \quad (6.10)$$

ここで、 ν はポアソン比を示している。各層のポアソン比をTable 6.1に与えるが、今回の解析は一次元圧密問題であるため、解析結果に対するポアソン比の影響は小さい。特に、ケース1の問題に関しては全く無関係である。したがって、今回はポアソン比を確定値として取り扱った。

ケース2では、サンドドレーンの要素を含んでいる。サンドドレーンのヤング率としては、粘土のヤング率より若干大きめの980kN/m²の一定値を仮定したが、この周辺の値ではサンドドレーンの剛性が解析結果に及ぼす影響は小さい。また、サンドドレーンの透水係数は、ドレーン材料を現場密度に合わせて行った室内透水試験より21.6m/dと決定された。サンドドレーンの材料定数は確定値とした。サンドドレーンからの排水を考える場合は厳密には K_0 。圧密条件は成立していないが、鉛直変位がはるかに支配的であるため、やはり、体積圧縮係数 m_v と透水係数 k は鉛直有効応力のみに支配されると仮定した。また、水平方向の透水係数と鉛直方向の透水係数は等しいと仮定した。なお、計算は、200回以上繰り返して行った。

6.4.2 解析結果および考察

ケース1、ケース2の計算結果がFig.6.7～Fig.6.13に示されている。Fig.6.7、Fig.6.8はケース1の時間沈下挙動と過剰間隙水圧の等時曲線を表している。ケース2では、現場の盛土の施工過程を忠実に表現するため、Fig.4.3に示したNo.6CとNo.7Hの2地点の盛土に関する解析を行った。Fig.6.9、Fig.6.10は2地点の時間沈下曲線を表しており、Fig.6.11、Fig.6.12は平均間隙水圧の等時曲線を表して

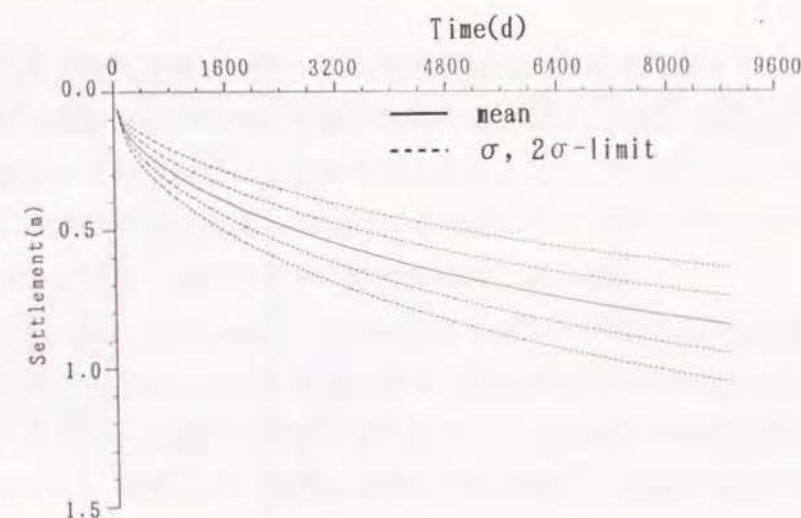


Fig.6.7 時間-沈下曲線 Case 1

いる。それぞれ、図中の実線は平均値、破線は σ 限界値を表している。

Fig.6.7に示される一次元圧密の沈下挙動を見ると沈下量とその標準偏差は増大していくが、変動係数は0.11～0.14のほぼ一定値を保っている。たとえば、8900日における沈下量について上下限界を $\pm 2\sigma$ 値にとると、沈下量は85cm \pm 20cmの範囲に存在することになる。Fig.6.8(a), (b), (c)には載荷直後から100日、2900日、8900日の過剰間隙水圧分布を示している。この場合、等時曲線はなめらかな曲線となる。排水面近くでは間隙水圧の変動は小さくなっている。また、圧密100日では地盤の下層部ではほとんど圧密が進行しておらず、ほぼ確定的な間隙水圧を与えている。圧密がある程度進行した部分では深さ方向にほぼ一定の標準偏差となっていることが特徴的である。また、2900日と8900日の比較においても標準偏差の値はほぼ一定となっている。

Fig.6.9、Fig.6.10には、No.6CとNo.7H地点における時間沈下挙動の解析結果と沈下実測値を示している。この場合もFig.6.7の場合と同様、沈下と共に標準偏差も増大しており、変動係数が0.12～0.14のほぼ一定値となっている。この2地点

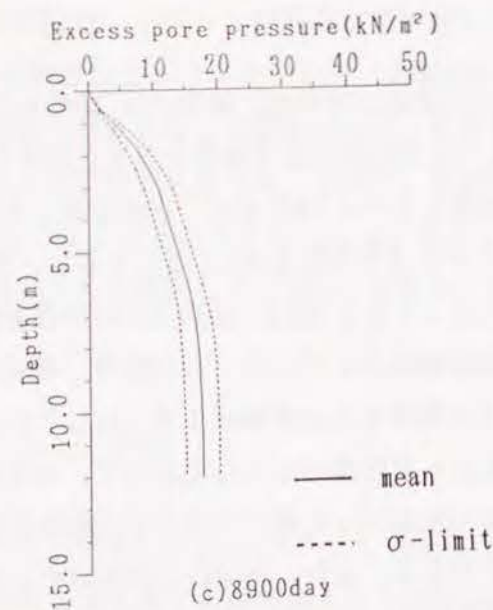
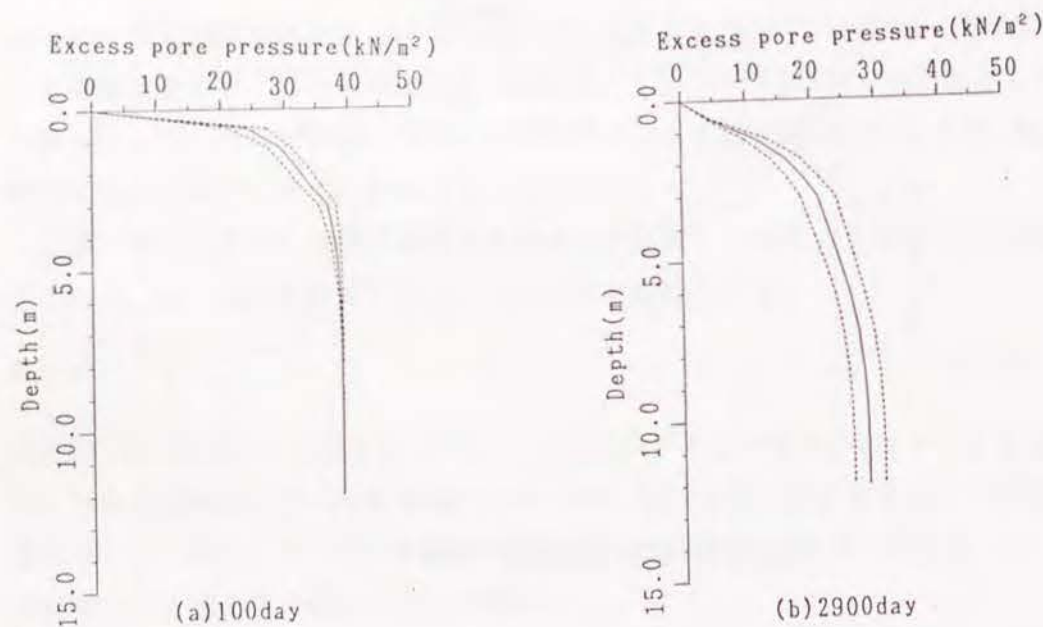


Fig.6.8 間隙水圧の等時曲線 Case 1

では沈下量が実測されており、これが解析値と共に示されている。No.6C地点では、圧密初期の段階では解析の沈下量が実測の沈下量を上回り、圧密が進行すると実測値が計算の平均値に近づく傾向が得られた。また、No.7Hでは、圧密初期の段階においては解析値は実測値と比較的よく一致しているが、圧密後半で実測値が解析値平均を上回り、最終段階で $+2\sigma$ 限界値に一致した。

Fig.6.11, Fig.6.12にはNo.6C, No.7Hそれぞれの間隙水圧の消散過程が示されている。サンドドレーンから地盤の水平方向に排水がなされるため、地盤の深さ方向のパラメータの違いの影響を強く受けて、間隙水圧の等時曲線はいびつな形となっている。地盤の深い部分ほど速く圧密が進行する傾向がみられた。これは、透水係数の平均値が地盤の深さ方向に対してほぼ一定であるのに対して、地盤の剛性は深くなるほど増していることによる。間隙水圧の標準偏差もパラメータの局所的な変動の大きさの影響を受けるので、特に、透水係数のばらつきの大きい6m~9mの間隙水圧の変動が大きくなっている。また、排水面の近くや、間隙水圧の消散が進んだ部分では変動が小さくなっている。

Table 6.2にはケース2における解析最終沈下量と実測からの推定最終沈下量を示している。また、Table 6.3には圧密度が80%に達するのに要する日数を示した。ただし、圧密度は平均間隙水圧から求めた。なお、実測沈下量から最終沈下量および圧密度を求める場合は浅岡法（付録-1 参照）を用いた。シミュレーション結果が 2σ 限界値をはずれる可能性はきわめて低く（正規分布の場合は分布の95%が 2σ 限界値内に含まれる。）、以下では $+2\sigma$ 限界値を解析結果の最大値として採用した。

最終沈下量に関して、平均値では、No.6C地点では1.38mとなっており、ほぼ実測値と一致している。No.7H地点では実測からの推定値がかなり大きく、 σ 限界値に近い値となった。この解析例では、最終沈下量として平均値を採用する場合はNo.6cとNo.7Hに対してそれぞれ、138cm, 141cm, 安全側を考えて最大値を用いる場合は176cm, 180cmを採用することができる。80%に達する日数に関しては、それぞれNo.6C, No.7Hについて、平均値を採用する場合は190日, 204日, 最大値からは256日, 262日と決定することができる。この場合、最大値すなわち $+2\sigma$ 限界値を用いても、実測値の方が解析値より20日程度大きな値となっており、事前設計において圧密速度を推定することの困難さを表わしている。

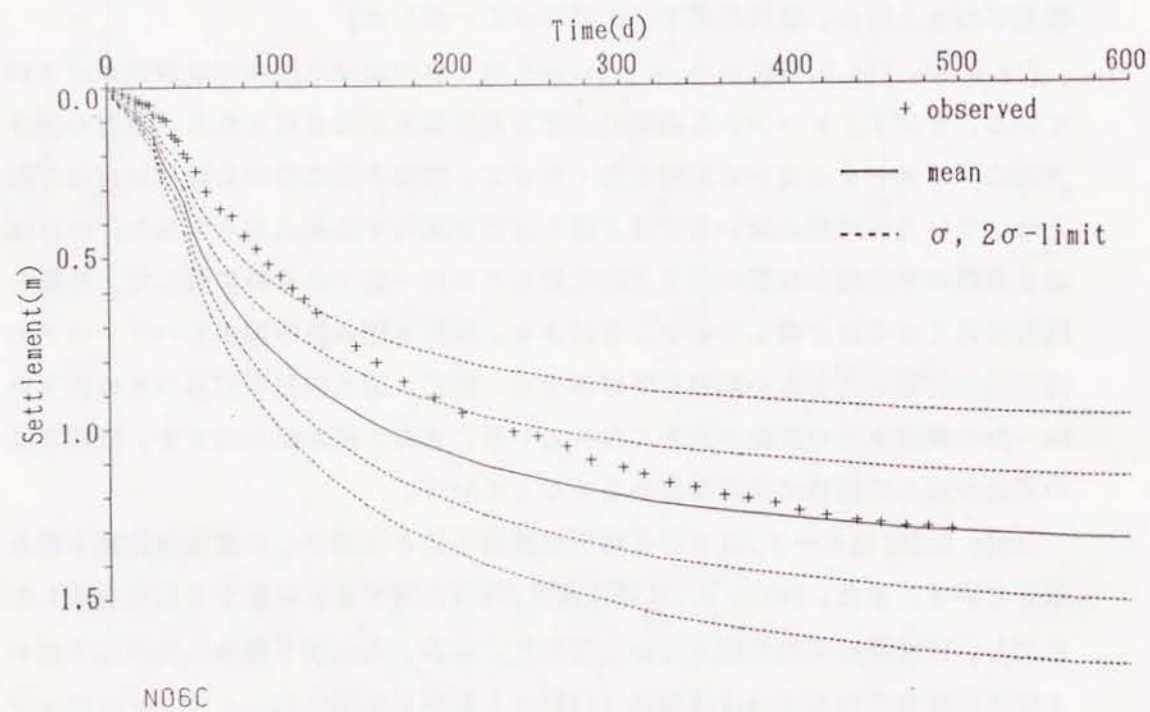


Fig.6.9 時間-沈下曲線 Case 2(No.6C)

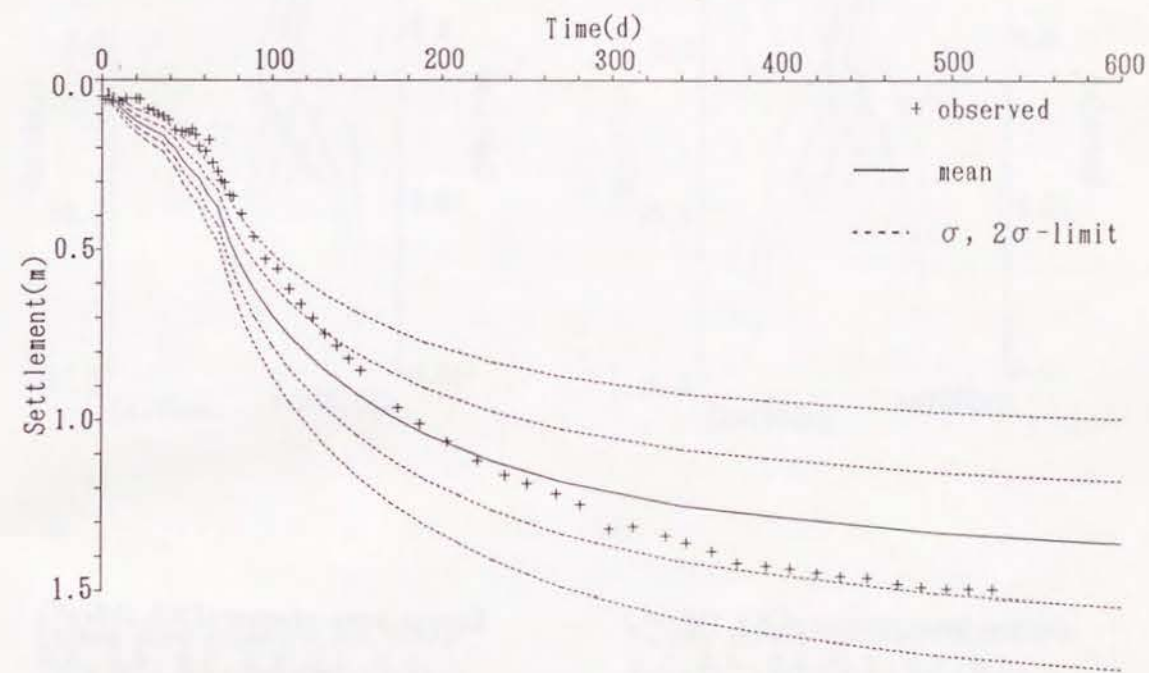
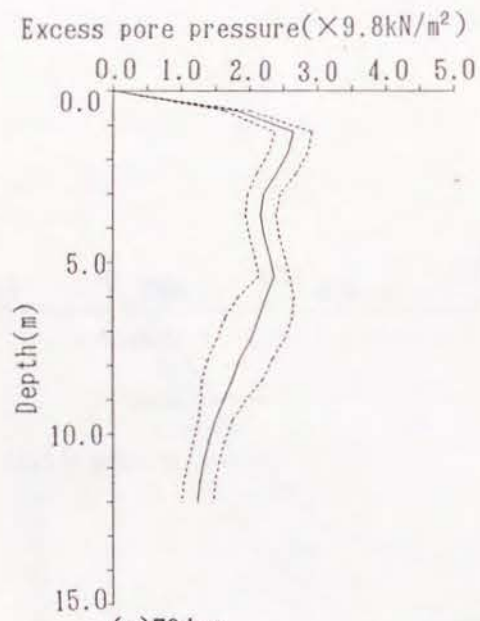
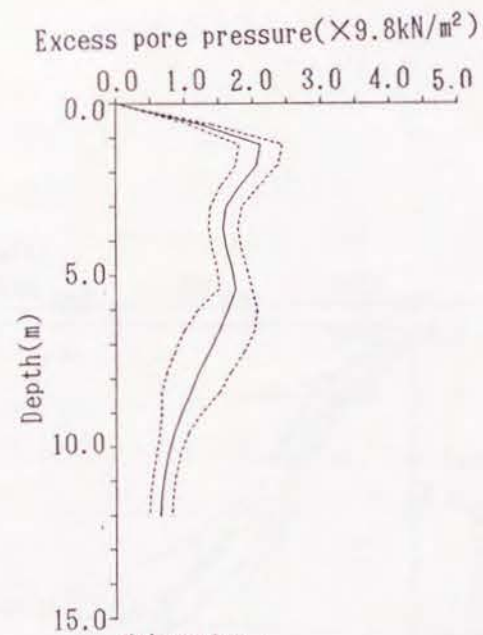


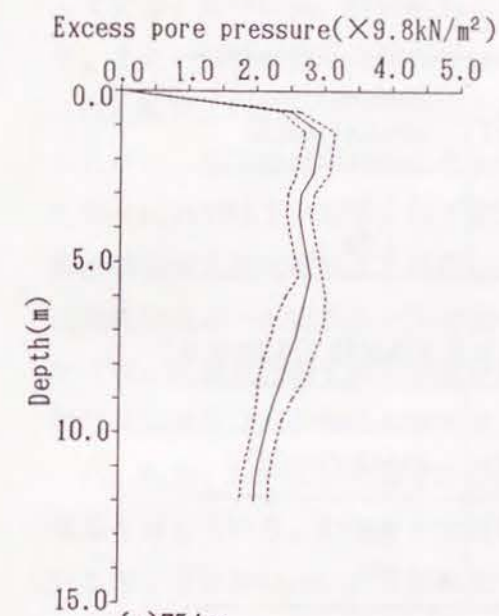
Fig.6.10 時間-沈下曲線 Case 2(No.7H)



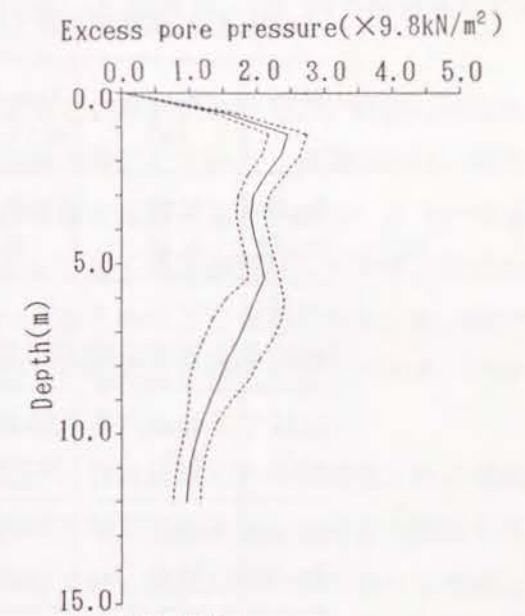
(a) 70day



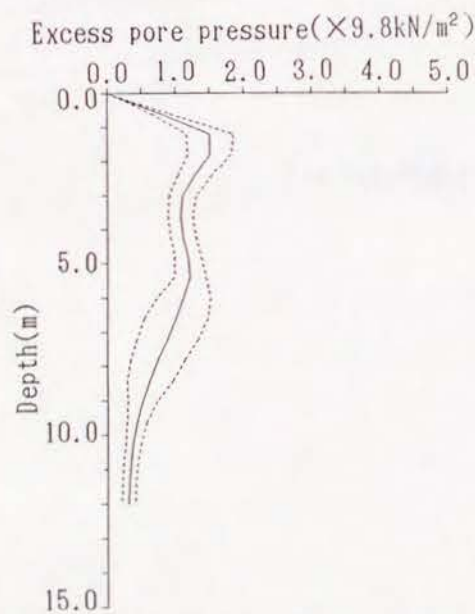
(b) 110day



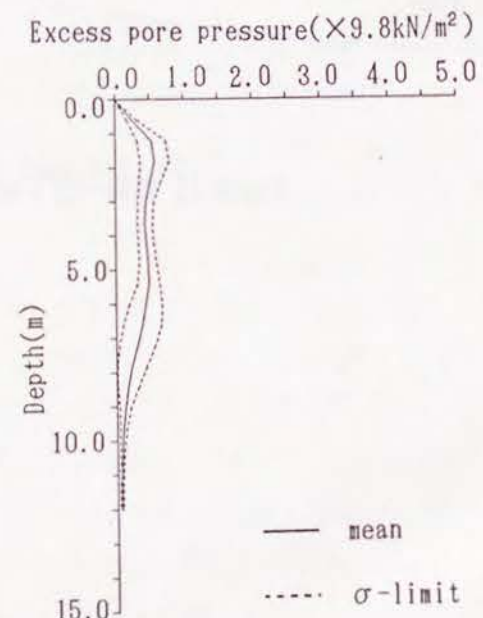
(a) 75day



(b) 110day

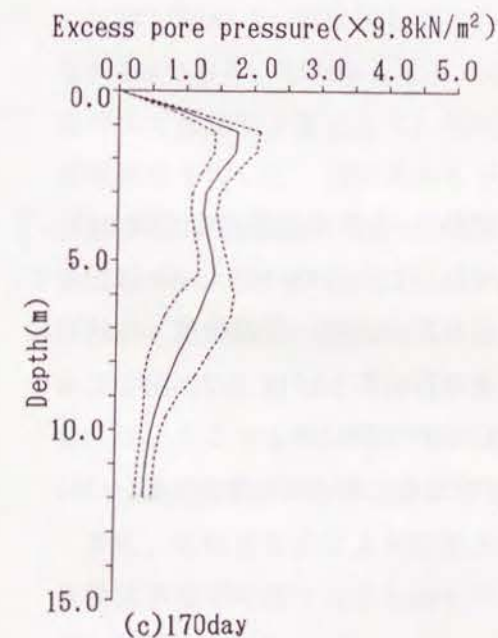


(c) 170day

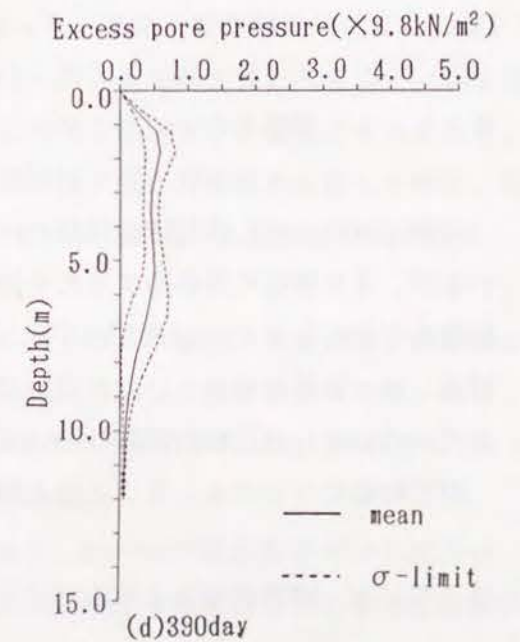


(d) 370day

Fig.6.11 間隙水圧の等時曲線 Case 2(No.6C)



(c) 170day



(d) 390day

Fig.6.12 間隙水圧の等時曲線 Case 2(No.7H)

Table 6.2 最終沈下量 (FEMによる)

Site	Mean (m)	Standard deviation(m)	Observational prediction(m)
No.6C	1.38	0.19	1.36
No.7H	1.41	0.20	1.55

Table 6.3 圧密度が80%に達するのに要する日数 (FEMによる)

Site	Mean (d)	Standard deviation(d)	Observational Prediction(d)
No.6C	190	33	280
No.7H	204	29	281

6.5 Barronの近似解を用いた解析

6.5.1 解析条件

本節においても、体積圧縮係数 m_v と透水係数 k を確率変数として取り扱っているが、より簡便な取扱をするために、ここでは、これらのパラメータに対して、地盤の有効応力が $P_0 + \Delta P/2$ (P_0 : 有効土被り圧 ΔP : 荷重強度) の状態に対応した一定値を用いた。したがって、統計量はFig.6.1とFig.6.2に示したものをを用いている。自己相関関数は6.4節と同じものを用いた。

解析対象についても、6.4節と同じくNo.6C地点とNo.7H地点である。

6.5.2 解析結果および考察

Fig.6.13~Fig.6.16に2地点における時間沈下曲線と間隙水圧の等時曲線を示

している。図中には、解析結果として平均値、 σ 限界値、 2σ 限界値が示してある。また、同様に沈下実測値が示されている。

Fig.6.13, Fig.6.14の時間沈下曲線によると、解析においては、時間の経過にしたがい、沈下量は平均値とともに標準偏差が増大していく。変動係数は、概ね0.10~0.13で沈下が進む。沈下実測値と解析値を比較すると、No.6Cについては、解析結果の方が実測値より初期の段階において速く沈下が進行しており、最終的に解析結果の $-\sigma$ 限界値と実測値が平行に重なり合うような形になる。No.7Hについては、初期の段階では実測値が解析値の $-\sigma$ 限界値に平行になっており、最終的には実測値は解析結果の平均値と平行に重なり合う形になる。

Fig.6.15, Fig.6.16にはそれぞれNo.6CとNo.7Hに対応した平均間隙水圧の等時曲線を示している。おおまかな傾向は前節の有限要素法を用いた場合と類似しているが、本節のBarronの近似解を用いた解析では、鉛直方向の水の流れを考慮していないので有限要素法の結果よりさらにいびつな等時曲線となった。圧密修了時に近い370日~390日では深さ6m~9mのあたりで、 $-\sigma$ 限界値が0を下回っているが、これは間隙水圧の分布が正規分布から離れた分布となるからである。

Table 6.4には最終沈下量をまとめている。解析によると、平均値はNo.6Cに関しては1.52m, No.7Hに関しては1.54mとなった。また、標準偏差はどちらに対しても0.19mである。したがって、ここでも $+2\sigma$ 限界値を最大値と考えると、安全側を考慮して最終沈下量として1.5m~1.9mまでの値を採用することができる。また、全観測値を用いて、浅岡法から予測した最終沈下量と解析値を比較した結果、実測値からの推定値は、No.6Cに関しては解析の平均値と $-\sigma$ 限界値の間の値を、No.7Hに関しては平均値に近い値を示した。

Table 6.5には圧密度が80%に達するのに要する日数が示されている。解析では、No.6CとNo.7Hに対して平均値がそれぞれ158日, 178日; 標準偏差は32日, 31日となった。ここでも $+2\sigma$ 限界値を最大値と考えるとそれぞれ222日240日となり、40日~50日実測からの予測値より短い値となった。

また、有限要素法による結果と比較すると、Barronの近似解を用いた結果は、最終沈下量では若干大きな値を与え、圧密速度は速い値を与えているが、比較的近い結果となった。

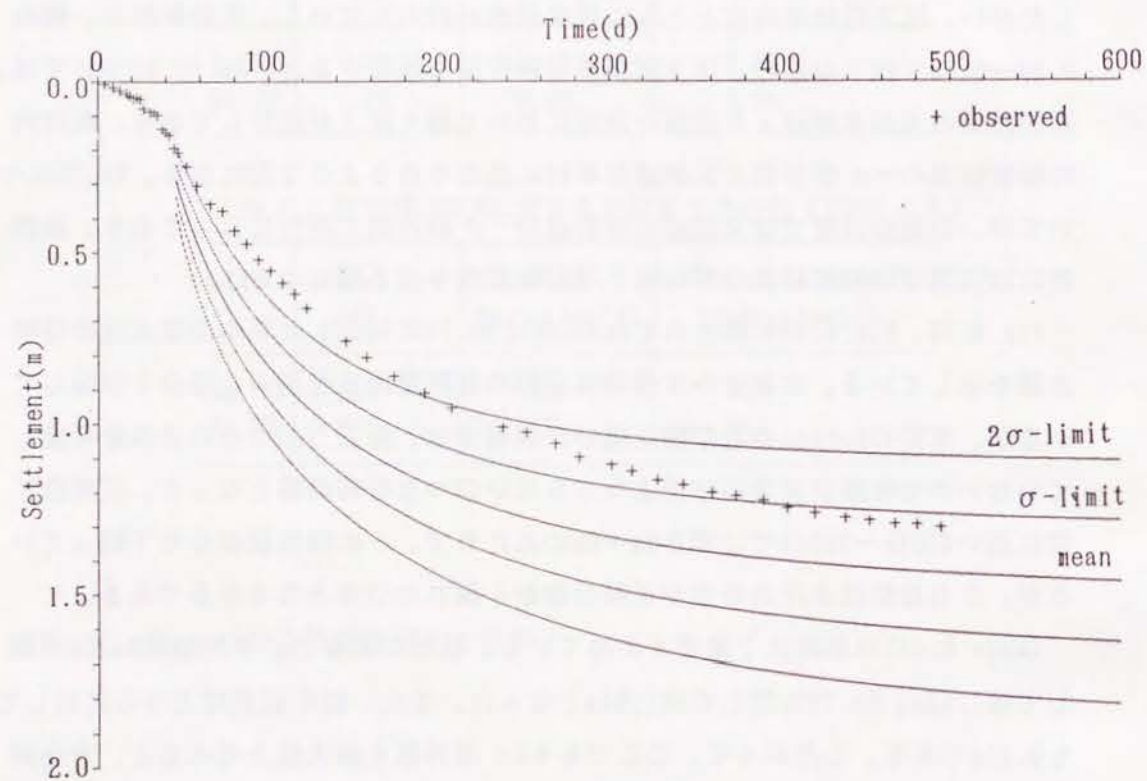


Fig.6.13 時間-沈下曲線(No.6C)

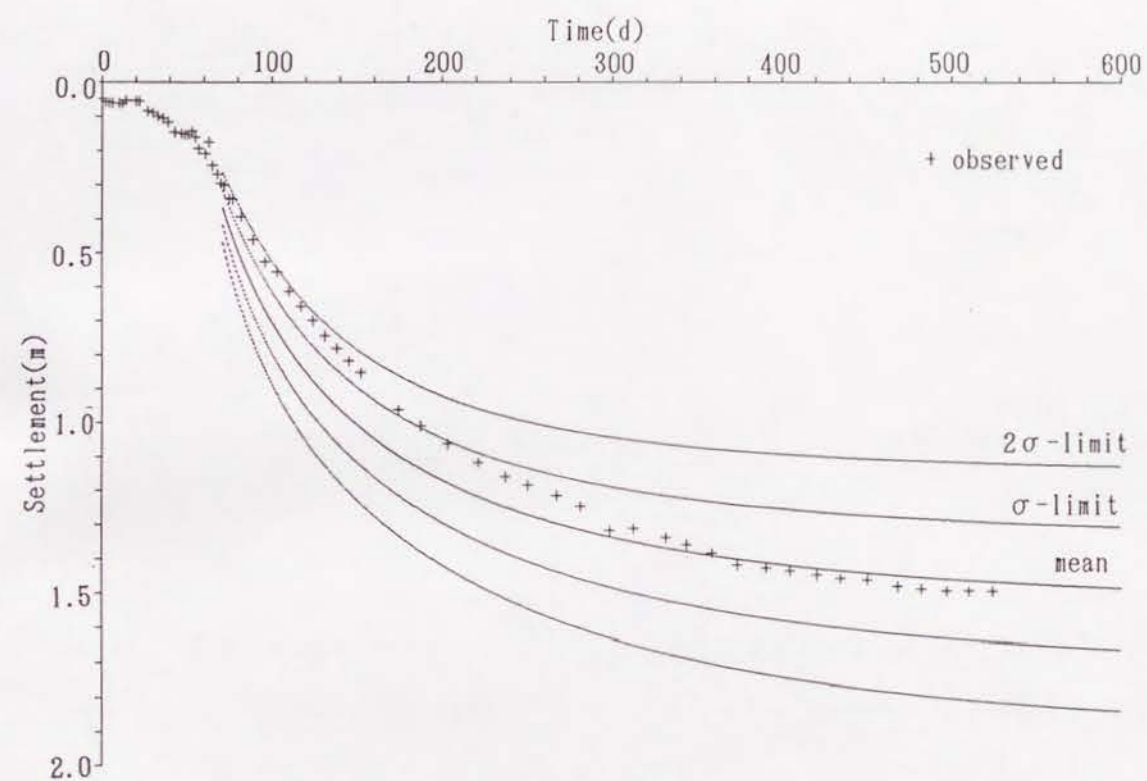


Fig.6.14 時間-沈下曲線(No.7H)

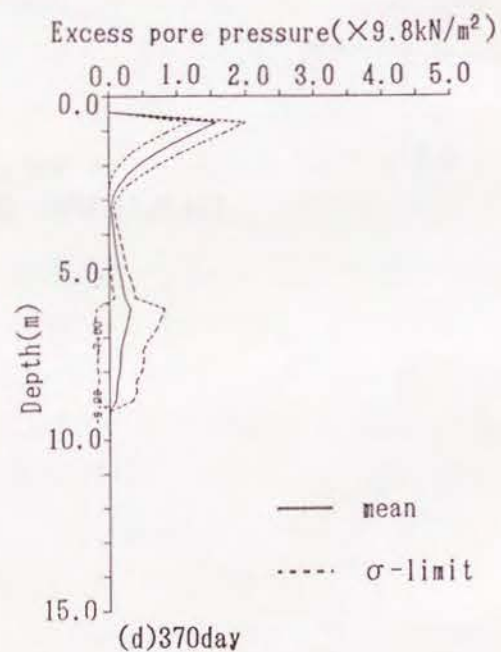
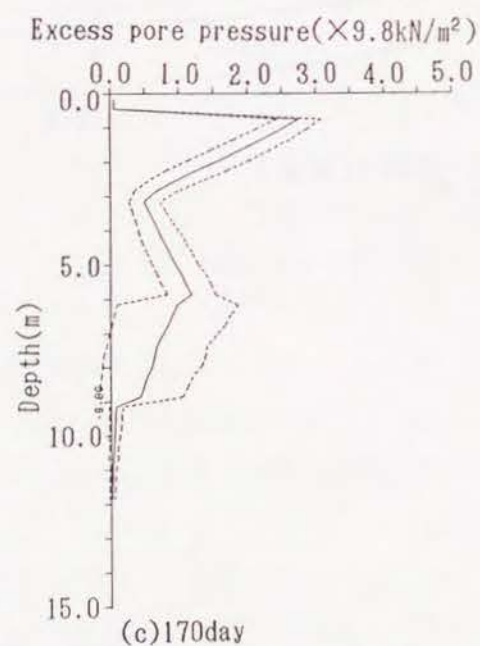
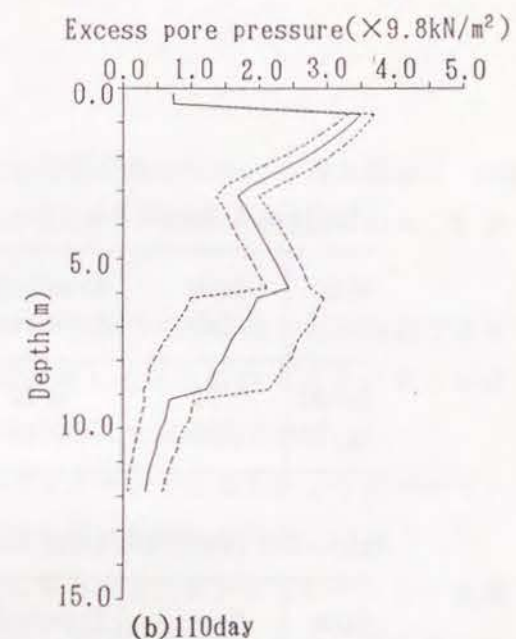
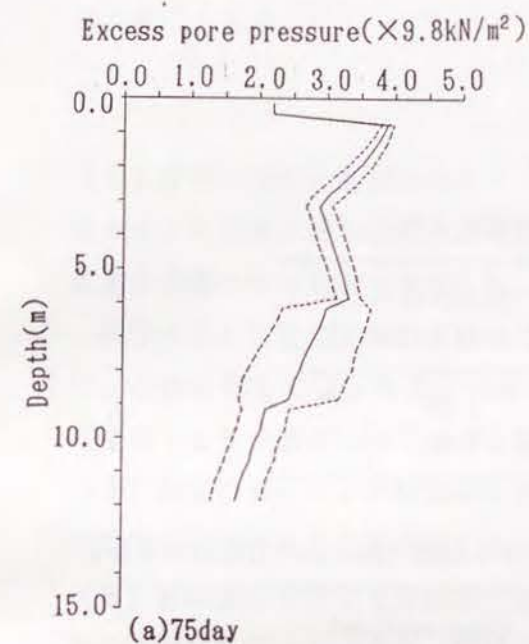
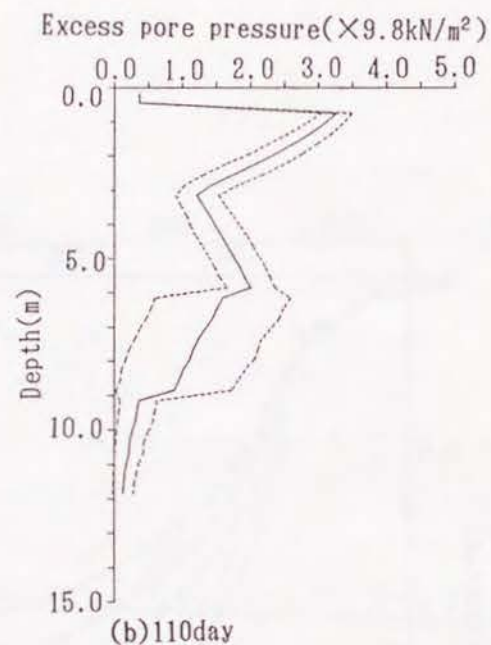
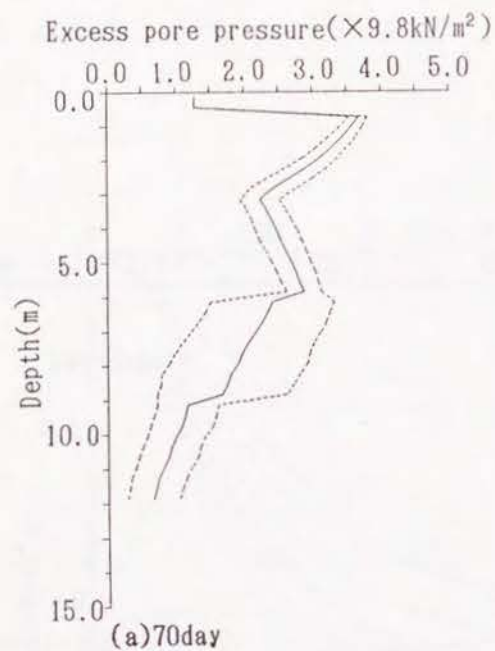


Fig.6.15 間隙水圧の等時曲線(No.6C)

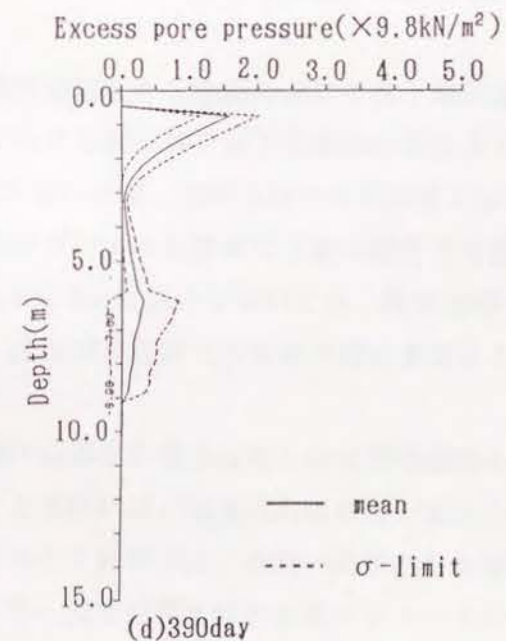
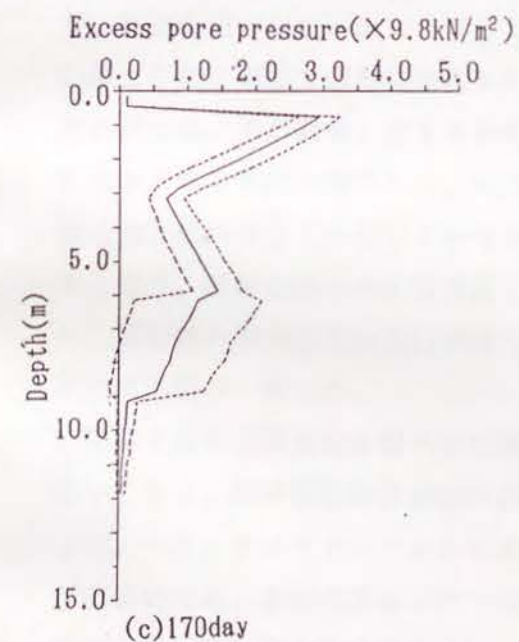


Fig.6.16 間隙水圧の等時曲線(No.7H)

6.6 まとめ

Table 6.4 最終沈下量 (Barronの近似解による)

Site	Mean (m)	Standard deviation(m)	Observational prediction(m)
No.6C	1.52	0.19	1.36
No.7H	1.54	0.19	1.55

Table 6.3 圧密度が80%に達するのに要する日数 (Barronの近似解による)

Site	Mean (d)	Standard deviation(d)	Observational prediction(d)
No.6C	158	32	279
No.7H	178	31	281

(1) 圧密の解析に必要なパラメータである体積圧縮係数 m_v と透水係数 k の統計モデルを標準圧密試験結果から決定した。統計モデルは、圧密途中の m_v , k の変化を考慮できるものを考案した。

統計モデルを決定するにあたっては、データ数が少なすぎることは否定できない。これに関しては、今後このような問題に対してさらに多くのサンプリング（少なくとも一層について20個程度）がなされることが期待される。

(2) 初期のボーリング結果から推定したパラメータの分布とチェックボーリング結果から求めたものを比較した。両者はほぼ良い対応を示した。

(3) 有限要素法による非線型圧密解析法にモンテカルロシミュレーションを導入した解析を行った。また、解析のモデルは上面片面排水の一次元圧密モデルとサンドドレーンからの排水を想定した軸対称モデルについて解析を行った。その結果、次のことが分かった。

1) 地表面の時間沈下挙動について、沈下量はその平均値とともに標準偏差も増大し、変動係数は0.11~0.14となった。

2) 盛土の施工過程を詳細に表現した軸対称解析結果と2地点における沈下観測値を比較した。その結果、どちらの地点においても解析値の沈下速度は実測値よりも大きくなる傾向が得られた。No.7H地点においては、圧密初期では実測値と解析値は沈下傾向がよく一致しているが、圧密が進行すると実測沈下量が解析平均値を上回り、最終段階で $\pm\sigma$ 限界値と一致した。No.6C地点においては、圧密初期から、解析値の方が圧密の進行が速くなり、圧密最終段階で解析沈下量の平均値と実測沈下量が一致した。

3) 間隙水圧の消散過程を調べた結果、上面片面排水の場合は滑らかな等時曲線を描いており、標準偏差は排水面に近いところを除けば、深さ方向にほぼ一定となった。一方、サンドドレーンからの排水を考えた解析では、地盤の局所的な影響が出易いため、等時曲線はいびつな形となり、標準偏差も局所的なパラメータの変動の違いの影響を受ける形となった。

4) 解析から最終沈下量と圧密度が80%に達する日数を求めた。この際、 $\pm 2\sigma$ 限界

値を最大値と考えた。その結果、最終沈下量はNo.6C, No.7Hに対してそれぞれ平均138cm, 141cm, 最大では176cm, 180cmを得た。また80%に達する日数では, No.6C, No.7H地点に関して平均で190日, 204日, 最大値で256日, 262日を得た。設計では, 構造物の重要度に応じて平均値と最大値の間の値が採用されるべきである。

(4) 有限要素法より簡便な方法としてBarronの近似解を用いた解析を行った。ただし, この場合は土質定数の圧密途中における変化は考慮せず, 一定値を用いた。その結果, 有限要素法による結果と比較すると, 最終沈下量については, 若干大きめの値を与え, 圧密速度に関しては有限要素法より速くなった。また, 最終沈下量, 圧密度80%の日数の標準偏差は同程度の値となった。

結果的に, 2つの手法による結果の相違は顕著ではなく, 6.5節で示した簡便な手法も6.4節で示した厳密な手法の代用となり得ることが確認できた。

参考文献

- 1) 川村國夫, 堀内孝秀: 信頼性設計のための土質の統計的性質, 土と基礎, Vol. 25, No. 11, pp. 11-18 (1977)
- 2) Freeze, R.A.: Probabilistic One-Dimensional Consolidation, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT7 (1977)
- 3) 西村伸一, 長谷川高士, 藤井弘章: 土質定数のばらつきを考慮した一次元圧密解析, 農土論集, 第157号, No. 2, pp. 45-53 (1992)
- 4) 西村伸一, 藤井弘章, 島田 清: 軟弱地盤の安定と圧密に関する信頼性解析, 構造物の安全性および信頼性, Vol. 2, JCOSSAR'91, pp. 277-284 (1991)

7. 確率有限要素法の掘削斜面安定解析への適用と解析パラメータの推定法

7. 1 概説

4章～6章まではモンテカルロ法を用いた信頼性解析例を示した。モンテカルロ法は非線形問題などの複雑な問題を取り扱える反面、繰返し計算を要するため多大な計算時間を要する。特に、有限要素法のような数値計算法を用いる場合はそれが顕著である。そこで、摂動法やテーラー展開を利用した確率有限要素法の開発が進められてきた。線形弾性問題や、定常浸透流解析などの単純な問題ではこの手法は有効である。

この確率有限要素法に関して、従来の主な研究としては、次の研究を挙げることができる。中桐、久田¹⁾は摂動法を用いて、材料物性値の変動性、境界値の変動性、振動荷重の変動性を対象とした解析を行った。Vanmarcke and Grigoriu²⁾は自身の定義による分散関数^{3), 4)}の有限要素法変形問題への適用を試みている。また、Shinozukaら^{5), 6), 7)}は基本的にはモンテカルロ法を用いているが、Neuman級数展開を用いた近似的手法を開発しており、これにより、4章～6章で用いたようなダイレクトモンテカルロ法より計算効率を改善し、かつ摂動法と比較して計算精度を高めた。土質工学の分野においては、テーラー展開による線形近似を利用したCambouの手法⁸⁾が先駆的な研究であるといえる。Beacherら¹⁴⁾は、それを地盤の沈下問題に適用した。また一方、桜井、土居⁹⁾はそれを斜面の信頼性解析に応用している。また、この桜井、土居の手法を拡張、応用した研究^{10), 15), 16)}も既になされている。本研究は、基本的にこの桜井、土居の手法にしたがい、これを軟弱地盤の掘削斜面安定解析に適用したものである¹⁷⁾。

このような手法を有効に使うためには、解析に必要な土質パラメータの適切な推定が必要である。本研究では、土質定数のモデルについて2章で説明を行い、4章から6章ではそのモデルにしたがった解析を行った。ただし、一軸圧縮試験結果や圧密試験結果を直接用いる方法は、試験誤差や試料の乱れの影響を受け易

い。したがって、本節ではそれとは別に、パラメータの変動性やパラメータ間の相関性を理論的に導くことを目的の一つとした。そこで、考え得る一つの手法として 態境界面モデル^{11), 12)}を用い、完全飽和の非排水状態にある正規圧密土を対象とし、土質材料パラメータの変動性とパラメータ間の相関性を推定する手法を考案した。この手法の特徴は、土質室内試験結果である初期間隙比、比重、圧縮指数、膨潤指数、圧密非排水三軸試験結果から求められる規準化されたせん断弾性係数を基礎パラメータとし、FEM解析に必要なパラメータである単位体積重量、静止土圧係数、非排水ヤング率、非排水強度をその統一的な基礎パラメータで表現することができる点である。本研究においては、これらの量を掘削現場の不攪乱試料の試験結果から推定し、掘削斜面の信頼性解析を行い、破壊確率によって斜面の安定性を評価した。なお、解析に際して、地盤は掘削時には除荷過程にあると考えることができるので、線形弾性的挙動を示すものとし、また、平面歪状態にあるものと仮定した。

7. 2 掘削斜面安定解析に対する確率有限要素法

7. 2. 1 変位、応力の平均、共分散の定式化

本研究における定式化は、基本的にCambouの示している定式化と同じであるが、これに掘削斜面解析としての特性を盛り込んだ。その概要を以下に示す。

掘削N段階目の変位と荷重の剛性方程式は、次の式で与えられる。

$$[K^{(N)}] \{U^{(N)}\} = \{P^{(N)}\} \quad (7.1)$$

$[K^{(N)}]$: 掘削N段階目における剛性マトリックス

$\{U^{(N)}\}$: 掘削N段階目における節点変位ベクトル

$\{P^{(N)}\}$: 掘削N段階目における節点力ベクトル

ここで荷重 $\{P^{(N)}\}$ は、掘削斜面解析の場合、前掘削段階における応力の関数として、次の式で与えられる。

$$P^{(N)} = P^{(N)}(\sigma^{(N-1)}) \quad (7.2)$$

$\sigma^{(N)}$: 掘削N段階目における応力

($\sigma^{(0)}$ は初期応力)

いま, 単位体積重量を γ , 静止土圧係数 K_0 , ボアソン比 ν , ヤング率 E を確率変数とし, これらを変数 r_k で表す。

r_k で(7.1)式を偏微分し, 変形すると,

$$\frac{\partial \{U^{(N)}\}}{\partial r_k} = [K^{(N)}]^{-1} \left\{ \frac{\partial P^{(N)}}{\partial r_k} - \frac{\partial [K^{(N)}]}{\partial r_k} \{U^{(N)}\} \right\} \quad (7.3)$$

また, ここでは, 境界条件は不確定要因と考えないので, 境界上で,

$$\frac{\partial U_b}{\partial r_k} = 0 \quad (7.4)$$

U_b : 境界上の節点bの変位

が成立しているものとする。

第N掘削段階における応力は,

$$\{\sigma^{(N)}\} = [D][B]\{U^{(N)}\} + \{\sigma^{(N-1)}\} \quad (7.5)$$

$[D]$: 応力・歪マトリックス

$[B]$: 歪・変位マトリックス

r_k で(7.5)式の両辺を偏微分すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{\sigma^{(N)}\}}{\partial r_k} &= \frac{\partial [D]}{\partial r_k} [B]\{U^{(N)}\} + [D][B] \frac{\partial \{U^{(N)}\}}{\partial r_k} \\ &\quad + \frac{\partial \{\sigma^{(N-1)}\}}{\partial r_k} \end{aligned} \quad (7.6)$$

第i節点の変位, 第i要素の応力の期待値は, r_k の期待値を μ_k とすれば, (7.7), (7.8)式より求めることができる。

$$E[U_i^{(N)}] = U_i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) \quad (7.7)$$

$$\sigma[U_i^{(N)}] = \sigma_i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) \quad (7.8)$$

m : 確率変数の数

また, (7.3)式(7.6)式から得られる変位, 応力の偏導関数を用いて, 第i節点と第j節点の変位の共分散と第i要素と第j要素の応力の共分散が次の式で与え

られる。

$$Cov[U_i^{(N)}, U_j^{(N)}] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial U_i^{(N)}}{\partial r_k} \Big|_E \right) \left(\frac{\partial U_j^{(N)}}{\partial r_l} \Big|_E \right) Cov[r_k, r_l] \quad (7.9)$$

$$Cov[\sigma_i^{(N)}, \sigma_j^{(N)}] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_i^{(N)}}{\partial r_k} \Big|_E \right) \left(\frac{\partial \sigma_j^{(N)}}{\partial r_l} \Big|_E \right) Cov[r_k, r_l] \quad (7.10)$$

ここで, $i=j$ とすると第i節点の変位と第i要素の応力の分散が求まる。

7.2.2 斜面の局部破壊確率の定式化

斜面の局部破壊として, 引張破壊とせん断破壊の2つのモードを考えることにする。ただし簡単化のために, 材料は等方性で, せん断破壊に対して, モーラー・クーロンの破壊規準に従うものとし, また, 土は, 引張力に対しては抵抗しないものとする。以上の仮定に基づき, 以下で, 引張, せん断破壊確率の定式化を行う。

せん断破壊に対する性能関数を, Fig.7.1より次のように定義する。

$$\begin{aligned} Q_s &= \tau_f - \tau_{max} \\ &= c \cos \phi + \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned} \quad (7.11)$$

c : 粘着力 ϕ : 内部摩擦角

σ_1 : 最大主応力 σ_3 : 最小主応力

また, 引張破壊に対して, 性能関数を次のように定義する。

$$Q_t = \sigma_3 \quad (7.12)$$

ここで, $Q_s < 0, Q_t < 0$ の場合に破壊が起こると考える。

線形近似により, Q_s の期待値は, 次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} E[Q_s] &= E[c] \cos(E[\phi]) + \frac{1}{2} (E[\sigma_1] + E[\sigma_3]) \\ &\quad \times \sin(E[\phi]) - \frac{1}{2} (E[\sigma_1] - E[\sigma_3]) \end{aligned}$$

また, 要素i, 要素jの性能関数 Q_{si}, Q_{sj} の間の共分散は次の式になる。

$$Cov [Q_{si}, Q_{sj}] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial Q_{si}}{\partial r_k} \Big|_E \right) \left(\frac{\partial Q_{sj}}{\partial r_l} \Big|_E \right) Cov [r_k, r_l] \quad (7.14)$$

ここで、 $i=j$ とおけば、分散 $Var [Q_s]$ が求まる。

同様にして、 Q_t の期待値、共分散が次の式で求まる。

$$E [Q_t] = E [\sigma_s] \quad (7.15)$$

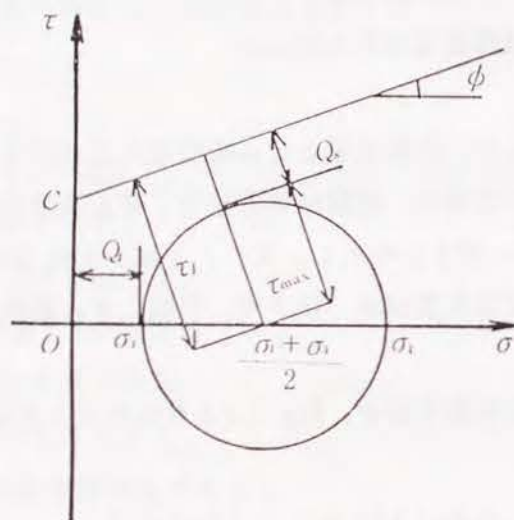


Fig. 7.1 局所破壊に関する性能関数の定義

$$Cov [Q_{ti}, Q_{tj}] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial Q_{ti}}{\partial r_k} \Big|_E \right) \left(\frac{\partial Q_{tj}}{\partial r_l} \Big|_E \right) Cov [r_k, r_l] \quad (7.16)$$

Q_s, Q_t の分布を正規分布と仮定すると、次の式でせん断破壊確率が決定される。

$$P_f = Prob [Q_s < 0] = \int_{-\infty}^{-\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt \quad (7.17)$$

$$\beta = \frac{E [Q_s]}{\sqrt{Var [Q_s]}} \quad (7.18)$$

引張破壊確率も(7.17)、(7.18)式の Q_s を Q_t とすることによって、同様にし

て求めることができる。

7.2.3 斜面の全体破壊確率の定式化

本研究においては、基本となる安定解析手法として極限平衡法を用いている。ここでいう極限平衡法とは、斜面内部の応力はFEM解析によって求めるが、すべり面を想定し、求めた応力による滑動力と、それが極限状態でつり合う抵抗力を考える手法という意味である。本研究においても円弧すべり面を想定し、これに対する破壊確率を斜面全体の破壊確率とする。

円弧すべり面の破壊確率を定式化するにあたって、その前にFig. 7.2のように、水平面と α の傾きをもつ直線すべり面の破壊確率の定式化を行う。すべり面が通過する任意の有限要素について、すべり面におけるせん断強度は次式で表される。

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \quad (7.19)$$

ここで、すべり面上の垂直応力 σ とせん断応力 τ は、

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (7.20)$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (7.21)$$

σ_x : 水平圧縮応力

σ_y : 鉛直圧縮応力

τ_{xy} : x-y方向のせん断応力

すべり面上の各要素のせん断破壊に対する性能関数は次の式で表される。

$$Q_{si}' = \tau_f - \tau \quad (7.22)$$

いま、図のすべり面がN個の要素を横切るとすると、すべり面全体に対する性能関数は次の式で与えられる。

$$\widetilde{Q}_s = \sum_{i=1}^N Q_{si}' \Delta L_i \quad (7.23)$$

Q_{si}' : i 要素の性能関数

ΔL_i : すべり面が要素を横切る長さ

したがって、 \widetilde{Q}_s の期待値と分散が次の式で与えられる。

$$E[\tilde{Q}_s] = \sum_{i=1}^N E[Q_{si}] \Delta L_i \quad (7.24)$$

$$Var[\tilde{Q}_s] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta L_i \Delta L_j Cov[Q_{si}, Q_{sj}] \quad (7.25)$$

\tilde{Q}_s の分布を正規分布と仮定すれば、(7.17)、(7.18)式の Q_s の代わりに \tilde{Q}_s を用いることによって、破壊確率を求めることができる。

また、円弧すべり面に対する破壊確率を求める場合は、性能関数を次のようにすればよい。ただし、要素内部では、円弧を直線とみなす。

$$\tilde{Q}_s = M_R - M_o = r_o \sum_{i=1}^N Q_{si} \Delta L_i \quad (7.26)$$

M_R : 抵抗モーメント

M_o : 滑動モーメント

r_o : 円弧の半径

N : すべり円弧が横切る要素の個数

ΔL_i : すべり円弧が要素を横切る長さ

4章で示した円弧すべり解析では、非排水強度の確率場に対応して、すべり円弧も変動させる方法を用いた。本章ではそれとは別に、最大の破壊確率を与えるすべり円弧を潜在すべり面と考え、それに対する破壊確率を斜面全体の破壊確率と考えた。

また、本章では次に示すような方法によっても検討している。すなわち、斜面全体の破壊は局部破壊から始るとの推定に基づき、Fig.7.3に示すように、すべり

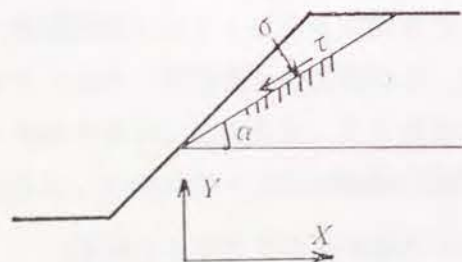


Fig.7.2 直線すべり面のモデル

面が、最大の局部せん断破壊確率をもつ要素を、水平軸となす角 α_c の傾きをもって横切る、という拘束条件を設ける。ここで α_c というのは、拘束を設ける要素の、その応力状態、および強度から推定される最もせん断破壊を起こし易いと考えられる面の方向を表す。ここで、

$$\alpha_c = \psi \pm (45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \quad (7.27)$$

ψ : 最大主応力面が水平軸となす角

ϕ : 内部摩擦角

この拘束条件をもつすべり面の中から、最大の破壊確率をもつすべり面を潜在すべり面と考え、この破壊確率を斜面全体の破壊確率とする。また、必ずしも最大でなくても数箇所に局部せん断破壊確率の大きな要素が散在する場合は、それぞれについて上記の手法を適用し、複数の破壊モードを考えればよい。

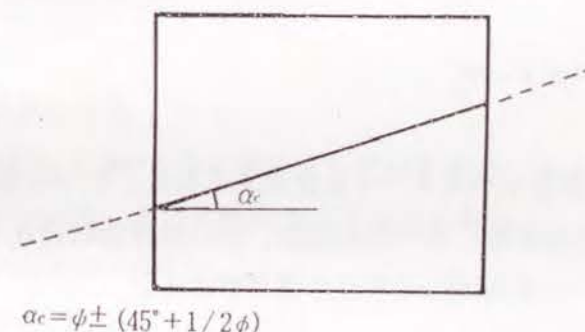


Fig.7.3 剪断局部破壊確率が最大の要素とすべり面

7.3 状態境界面理論による確率有限要素法入力パラメータの決定法

7.3.1 解析に必要なパラメータ

FEM解析に必要なパラメータ、即ち、単位体積重量、土圧係数、ヤング率、ポア

ソソ比の統計量をより理論的に求めるためには、必要なパラメータに影響する基本因子を分類し、この因子を解析パラメータに統一的で首尾一貫した考え方で結びつけることが合理的である。このような考えから、本研究では、完全飽和の非排水正規圧密状態にある地盤を対象とした場合の、有限要素解析に必要なパラメータである非排水ヤング率 E_u 、土圧係数 K_0 、単位体積重量 γ_t 、および、斜面の安定性を検討するのに必要な非排水強度 c_u の統計量の推定を、限界状態理論に基づく状態境界面モデル（ここでは、オリジナルカムクレイモデル）を用いて行う。これに関して、状態境界面モデルの定式化については、基本的に文献(11)、(12)に従っている。オリジナルカムクレイモデルは、一般によく知られた弾塑性モデルであり、これを用いると室内土質試験結果から解析に必要なパラメータをすべて決定することができる。また、本手法を拡張して、修正カムクレイモデルやその他のモデルを用いることも可能である。ここでは、FEM解析に必要なもう一つの弾性定数である非排水ポアソン比 ν_u は、0.5の一定値をとるものとする。また、安定解析にあたっては、 $\phi_u=0$ とする。

7.3.2 基礎パラメータ

上記のFEM解析に必要なパラメータを決定するのに、6つの基礎パラメータが必要である。これを物理試験、標準圧密試験、 \overline{CU} 三軸圧縮試験から求める。

6つの基本パラメータは次に示される通りである。

物理試験 — 初期間隙比： e_0
— 比重： G_s

標準圧密試験 — 圧縮指数： λ
— 膨潤指数： κ

\overline{CU} 三軸圧縮試験 — ϕ' ：軸歪15%時のモール円の、原点をとる接線の傾き
— $G_N : G_N = \frac{G'_t}{v \cdot p}$

で決定される規準化されたせん断弾性係数

但し、 G'_t は軸差応力～軸歪関係の原点における接線の傾きから求まるせん断弾性係数

$$G'_t = \left[\frac{d(\sigma'_1 - \sigma'_3)}{3d\varepsilon_1} \right]_{\varepsilon_1=0}$$

v, p ：圧密終了時の比体積と圧密応力

σ'_1 ：最大主応力 σ'_3 ：最小主応力

ε_1 ：軸歪

7.3.3 FEM解析に必要なパラメータの決定法

(1) 単位体積重量 γ_t と鉛直応力 σ'_v

完全飽和の土に対して、単位体積重量は次の式で与えられる。

$$\gamma_t = \frac{G_s + e_0}{1 + e_0} \gamma_w \quad (7.28)$$

γ_w ：水の単位体積重量

また、地盤がFig.7.4のように層を成している場合、第 n 層の鉛直応力が、全応力と有効応力について、それぞれ次の式で与えられる。

$$\sigma_v = \gamma_{t1}Z_1 + \gamma_{t2}Z_2 + \dots + 0.5\gamma_{tn}Z_n \quad (7.29)$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - \gamma_w h \quad (7.30)$$

γ_{tk} ：第 k 層の単位体積重量

Z_k ：第 k 層の層厚

h ：層の中央面から地下水面までの距離

(2) 限界状態線の傾き M

\overline{CU} 三軸圧縮試験から決定される ϕ' より限界状態強度パラメータ M が求まる。

$$M = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'} \quad (7.31)$$

(3) 排水状態におけるポアソン比 ν'

CU三軸圧縮試験における圧密終了時の体積弾性係数を K'_i とし、せん断弾性係数 G'_i を用いると、

$$\frac{G'_i}{K'_i} = \kappa \frac{G'_i}{v \cdot p} = \kappa \cdot C_N = \frac{3(1-2\nu')}{2(1+\nu')} \quad (7.32)$$

したがって、

$$\nu' = \frac{3-2\kappa \cdot C_N}{2\kappa \cdot C_N + 6} \quad (7.33)$$

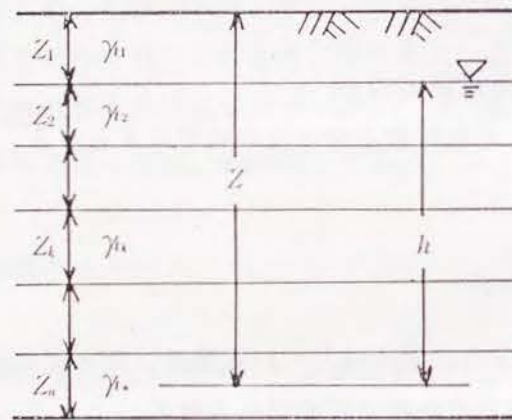


Fig. 7.4 層地盤のモデル

(4) 静止土圧係数 K 。

ここでは、カムクレイモデルを用い、一次元正規圧密状態にある（静止土圧状態）にある地盤について、静止土圧係数を求める。

カムクレイモデルにおける降伏曲面(Roscoe面)は、次の式で与えられる。

$$\frac{q}{M p'} + \frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \ln p' - \frac{\Gamma - v}{\lambda - \kappa} = 1 \quad (7.34)$$

$q = \sigma'_1 - \sigma'_3$: 主応力差

$p' = \frac{1}{3} (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)$: 平均応力
 $v = 1 + e$: 比体積 (e : 間隙比)

ここで、 Γ は、限界状態線 ($v = \Gamma + \ln p'$) における、 $p' = 1.0$ に対する比体積 v を表す。

三軸状態で関連流動則を適用すると、弾塑性応力～歪関係において、体積歪増分が次の式で表される。

$$d\epsilon_v = H dq + \left(\frac{H}{F} + \frac{1}{K'} \right) dp' \quad (7.35)$$

ここで、

$$H : \text{歪硬化パラメータ} \quad H = \frac{\lambda - \kappa}{v M p'} \quad (7.36)$$

$$G' : \text{せん断弾性係数} \quad G' = \frac{v \cdot p'}{v \cdot p'} \cdot \frac{3(1-2\nu')}{2(1+\nu')} \quad (7.37)$$

$$K' : \text{体積弾性係数} \quad K' = \frac{v \cdot p'}{\kappa} \quad (7.38)$$

F : フローパラメータ

一方、せん断歪増分が次の式で表される。

$$d\epsilon_s = \left(FH + \frac{1}{3G'} \right) dq + H dp' \quad (7.39)$$

いま、地盤が一次元圧縮状態（静止土圧状態）にあるとすると、次式の関係が得られる。

$$\frac{d\epsilon_s}{d\epsilon_v} = \frac{2}{3} \quad (7.40)$$

これに(7.35)、(7.39)式を代入して変形すると、載荷時の応力経路の傾き dq/dp' が次式で与えられる。

$$\frac{dq}{dp'} = \frac{3H - 2H/F - 2/K'}{2H - 3HF - 1/G'} \quad (7.41)$$

一次元圧縮時の応力比 q/p' は、

$$\frac{q}{p'} = \frac{3(1-K'_0)}{1+2K'_0} = \eta'_0 \quad (7.42)$$

一次元圧縮時には、

$$\frac{dq}{dp'} = \frac{q}{p'} \quad (7.43)$$

また, $1/F = M - \eta'_0$ であるから, (7.41), (7.42), (7.43)式から

$$\frac{1}{HG'} \left(\frac{1}{F} \right)^2 + \left(2M - \frac{M}{HG'} + \frac{2}{HK'} \right) \left(\frac{1}{F} \right) - 3M = 0 \quad (7.44)$$

この方程式を解くと,

$$\frac{1}{F} = \frac{M}{2} - \lambda GN + \sqrt{\lambda^2 GN^2 + \frac{M^2}{4} + 3\lambda GN - 3\kappa GN - GN\lambda M} \quad (7.45)$$

これから, $\eta'_0 = M - 1/F$ を求めれば,

$$K'_0 = \frac{3 - \eta'_0}{3 + 2\eta'_0} \quad (7.46)$$

より, 有効応力に基づく土圧係数 K'_0 が求まる。

またこれから, 初期応力の計算に必要な全応力に基づく静止土圧係数が次の式で求まる。

$$K_0 = \frac{K'_0 \sigma'_v + u}{\sigma_v} \quad (7.47)$$

σ'_v : 鉛直有効応力

σ_v : 鉛直全応力

$u = \gamma_w h$: 静水圧

(5) 非排水ヤング率 E_u

非排水静止土圧状態でのヤング率は, 次の式で与えられる。

$$E_u = 3G' = GN (1 + e_0) \sigma'_v (1 + 2K'_0) \quad (7.48)$$

(6) 非排水強度 c_u

地盤の安定性を評価するためには, 強度を決定しなければならない。非排水強度は, 正規圧密土に対して次の式で与えられる。

$$c_u = \frac{1}{2} M \exp \left(\frac{\Gamma - v}{\lambda} \right) \quad (7.49)$$

ここで, (7.34)式より Γ は, 一次元圧縮状態 ($q/p' = \eta'_0$) においては, 次の式で表される。

$$\Gamma = v_0 + \lambda \ln p'_0 + \frac{\lambda - \kappa}{M} \eta'_0 - (\lambda - \kappa) \quad (7.50)$$

$v_0 = 1 + e_0$: 初期比体積

$p'_0 = \frac{1 + 2K'_0}{3} \sigma'_v$: 初期平均応力
これから,

$$c_u = \frac{1}{6} M \sigma'_v \exp \left\{ \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\lambda - \kappa}{M} \eta'_0 - \lambda + \kappa \right) \right\} (1 + 2K'_0) \quad (7.50)$$

7.3.4 解析パラメータの変動性の決定

上記の式において, $G_s, e_0, \lambda, \kappa, \phi', GN$ に変動性を与えることによって, γ_t, K_0, E_u, C_u の変動性を求めることができる。この際, 本研究では, 基本パラメータに関して解析パラメータを線形近似し, 一次近似二次モーメント法により解析パラメータの期待値, 分散, パラメータ間の共分散を求めるという方法をとる。

以上で示してきたように, 一般的な土質室内試験結果から求まる6つの共通のパラメータを用いて, 解析に必要なパラメータをすべて推定できることが本手法の利点である。

7.4 解析条件

Fig.7.5に, 解析を行う地盤のモデルと有限要素を示す。地盤は, 沖積粘性土層からなっており, Bs, Ts, Ap, Acの4層からできている。更に, このAc層を6層に細分化して考え, それぞれ, $Ac_1, Ac_2, Ac_3, Ac_4, Ac_5, Ac_6$ とする。また, Bs層とTs層の間に地下水面が存在し, 地盤は, 全層完全飽和の非排水正規圧密状態にある。土質試験結果からAp層の材料常数のばらつきが特に大きいことがわかっている。



Fig. 7.5 地盤のモデルと有限要素

7.5 解析パラメータの統計モデル

7.3節で示した6つの基本パラメータの標本平均値と変動係数を、それぞれTable 7.1に示している。一例として、Ac層の G_s, e_0, ϕ' の分布をFig. 7.6に示した。また、データの欠如しているパラメータについては仮定を設けている。特に、圧密試験結果が少なく、 λ の変動係数は、過去のデータに基づき¹³⁾妥当な値を仮定した。また、 κ の変動係数は、 λ の変動係数と等しい値を仮定した。ここで、Ap層のパラメータのばらつきは、他の層より大きいことがわかっているため、この層の λ, κ の変動係数は、他の層より大きめの値を仮定している。 $e_0-\lambda$ 間を除いて、各パラメータ間は無相関であり、また、これらのパラメータは各々、Bs, Ts, Ap, Acの層間では無相関であると仮定する。但し、Bs, Ts, Ap, Acの各層内では完全相関である。 $e_0-\lambda$ 間には高い正の相関性が存在するという経験的事実に基づき¹³⁾、 $e_0-\lambda$ 間には相関係数0.8を仮定した。

2章で説明した統計モデルでは土質定数を確率過程として表現した。本章では、理論式によってパラメータの変動性の因子を明確にし、パラメータ間の変動性の相互関係を求めることを目的の一つとしている。そのためには、基本パラメータの統計モデルの表現は単純な方が都合よい。また、一般的には明確に確率過程を表現するには十分なデータが得られないため、本章の解析においては、基本パラメータは4つの層ごとに空間的に完全相関であると仮定した。現実には、完全相関はありえないが、この仮定は破壊確率に関して最も安全側の結果を与える。

次に、7.3節の式を用いて、 γ_t, K_o, E_u, C_u の期待値と変動係数、パラメータ間の相関係数を計算した結果を、Table 7.2, Table 7.3に示す。FEM解析を行うにあたっての入力の簡便さを考えて、ここでは特に、 K_o の代わりに K_o' を確率変数入力パラメータとしている。Table 7.2には期待値と変動係数が与えられており、Table 7.3にはパラメータ間の空間的な相関係数が与えられている。Table 7.3において、 $\text{Cor}(E_u, E_u), \text{Cor}(c_u, c_u)$ は、 E_u, c_u の空間的な相関係数を表している。また、 γ_t と K_o' は各層間で無相関であるとしたため、 $\text{Cor}(\gamma_t, \gamma_t), \text{Cor}(K_o', K_o')$ の要素は、対角項が1であり、その他はすべて0となるので、特に表には載せられていない。 $\text{Cor}(\gamma_t, K_o'), \text{Cor}(\gamma_t, E_u), \text{Cor}(K_o', E_u), \text{Cor}(\gamma_t, c_u), \text{Cor}(K_o', c_u), \text{Cor}(E_u, c_u)$ は、それぞれ γ_t, K_o, E_u, C_u 間の空間的な相関係数を表し

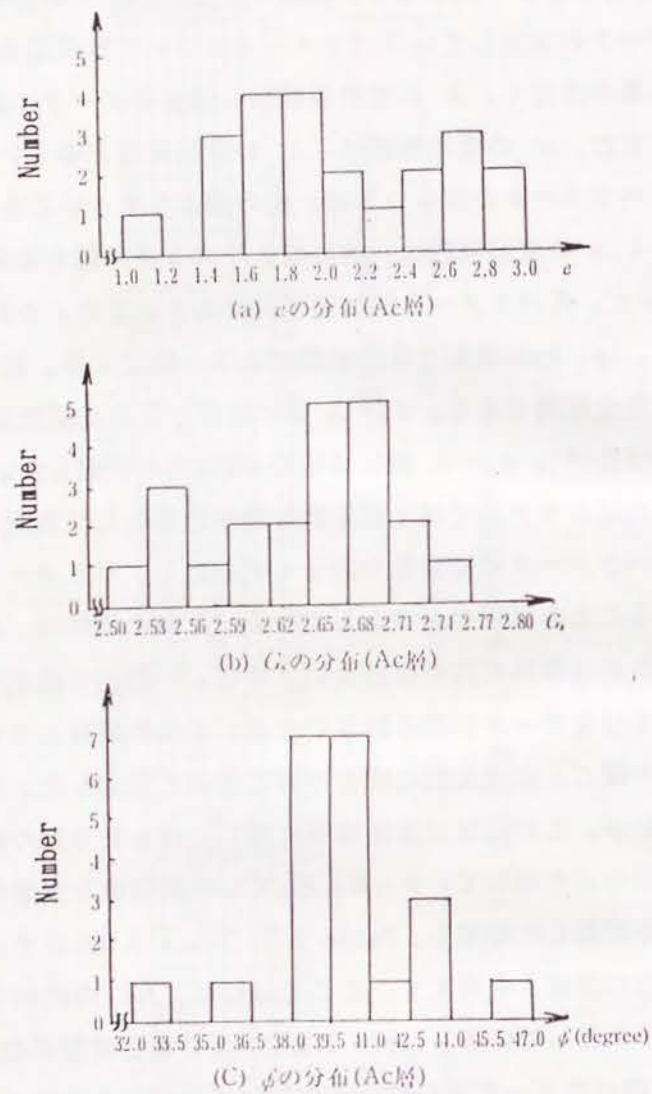


Fig.7.6 基礎パラメータの分布例

Table 7.1 基礎パラメータの平均と標準偏差

Layer	Bs	Ts	Ap	Ac
Mean				
Standard deviation				
Gs	2.50 0.10*	2.47 0.10*	2.24 0.181	2.64 0.025
e_0	1.15 0.20*	3.15 0.20*	5.62 0.491	2.05 0.257
λ	0.20* 0.20*	0.20* 0.20*	1.735 0.30*	0.450 0.20*
κ	0.05* 0.20*	0.05* 0.20*	0.19 0.30*	0.03 0.20*
ϕ'	30° 0.1*	30° 0.1*	41° 0.157	40° 0.072
GN	12.0* 0.20*	13.0 0.33	4.67 0.400	25.5 0.268

*assumed value

ている。ここで、 γ_t 、 K_o' に関しては、Ac層内で完全相関であるので、表においては第4層～9層をすべて4層と考えている。

初期応力の計算に必要な、全応力に基づく土圧係数 K_o とFEM解析に用いるもう一つの弾性定数である非排水ポアソン比 ν_u をTable 7.4に与えた。なお、FEM解析の実施にあたっては、 $\nu_u=0.5$ とできないため、表の値を用いた。

Table 7.4 全応力に基づく土圧係数とポアソン比

Layer	K_o	ν_u
Bs	0.943	0.46
Ts	0.958	0.46
Ap	0.862	0.46
Ac ₁	0.911	0.46
Ac ₂	0.916	0.46
Ac ₃	0.920	0.46
Ac ₄	0.922	0.46
Ac ₅	0.923	0.46
Ac ₆	0.924	0.46

Table 7.2 FEM解析に必要なパラメータの
平均値と変動係数

	γ_t (kN/m ³)	K_o'	E_u (kN/m ²)	c_u (kN/m ²)
Layer	Mean Coefficient of variation			
1 Bs	16.7 0.082	0.943 0.133	931 0.244	3.5 0.130
2 Ts	13.3 0.059	0.943 0.136	4,440 0.390	8.0 0.119
3 Ap	11.8 0.088	0.742 0.244	2,600 0.601	11.4 0.114
4 Ac ₁	15.1 0.063	0.806 0.114	8,340 0.329	13.1 0.094
5 Ac ₂			10,490 0.311	16.6 0.096
6 Ac ₃			12,620 0.301	20.0 0.105
7 Ac ₄			14,750 0.295	23.3 0.114
8 Ac ₅			16,900 0.291	26.8 0.121
9 Ac ₆			19,560 0.288	31.1 0.129

Table 7.3 FEM解析に必要なパラメータ間の相関係数

[Cor(E_u, E_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	0.005	0.003	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002
2	0.005	1.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.000	-0.000	-0.000
3	0.003	-0.001	1.000	-0.052	-0.043	-0.037	-0.032	-0.029	-0.025
4	0.004	-0.001	-0.052	1.000	0.995	0.986	0.976	0.967	0.956
5	0.004	-0.001	-0.043	0.995	1.000	0.997	0.992	0.987	0.980
6	0.003	-0.001	-0.037	0.986	0.997	1.000	0.999	0.996	0.991
7	0.003	-0.000	-0.032	0.976	0.992	0.999	1.000	0.999	0.997
8	0.002	-0.000	-0.029	0.967	0.987	0.996	0.999	1.000	0.999
9	0.002	-0.000	-0.025	0.956	0.980	0.991	0.997	0.999	1.000
[Cor(C_u, C_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	0.476	0.447	0.433	0.330	0.249	0.195	0.160	0.129
2	0.476	1.000	0.538	0.522	0.398	0.300	0.236	0.192	0.156
3	0.447	0.538	1.000	0.722	0.550	0.415	0.326	0.266	0.215
4	0.433	0.522	0.722	1.000	0.927	0.824	0.744	0.687	0.637
5	0.330	0.398	0.550	0.927	1.000	0.976	0.941	0.910	0.879
6	0.249	0.300	0.415	0.824	0.976	1.000	0.992	0.978	0.962
7	0.195	0.236	0.326	0.744	0.941	0.992	1.000	0.997	0.989
8	0.160	0.192	0.266	0.687	0.910	0.978	0.997	1.000	0.998
9	0.129	0.156	0.215	0.637	0.879	0.962	0.989	0.998	1.000
[Cor(E_u, C_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0.275	0.145	0.079	0.119	0.100	0.085	0.075	0.066	0.058
2	0.018	-0.207	0.095	0.143	0.120	0.103	0.090	0.079	0.069
3	0.017	-0.003	-0.309	0.198	0.166	0.142	0.124	0.110	0.096
4	0.016	-0.003	-0.188	-0.029	-0.038	-0.048	-0.053	-0.057	-0.061
5	0.012	-0.002	-0.143	-0.226	-0.202	-0.187	-0.174	-0.163	-0.153
6	0.009	-0.002	-0.108	-0.321	-0.284	-0.255	-0.232	-0.214	-0.196
7	0.007	-0.001	-0.085	-0.375	-0.326	-0.290	-0.262	-0.239	-0.217
8	0.006	-0.001	-0.069	-0.404	-0.350	-0.310	-0.278	-0.253	-0.229
9	0.005	-0.001	-0.056	-0.427	-0.368	-0.324	-0.290	-0.264	-0.237
[Cor(τ_t, E_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.030	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.184	-0.244	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.101	0.078	-0.526	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.151	0.117	0.144	-0.468	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.127	0.088	0.121	-0.392	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.108	0.084	0.104	-0.335	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.095	0.073	0.091	-0.291	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.084	0.065	0.080	-0.257	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.073	0.057	0.070	-0.224	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[Cor(K'_u, E_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.030	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.184	-0.244	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.101	0.078	-0.526	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.151	0.117	0.144	-0.468	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.127	0.088	0.121	-0.392	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.108	0.084	0.104	-0.335	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.095	0.073	0.091	-0.291	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.084	0.065	0.080	-0.257	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.073	0.057	0.070	-0.224	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[Cor(τ_t, C_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.788	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.604	0.446	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.567	0.439	0.425	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.550	0.426	0.526	0.352	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.419	0.325	0.401	0.673	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.316	0.245	0.302	0.813	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.248	0.192	0.237	0.878	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.203	0.157	0.194	0.912	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.164	0.127	0.157	0.936	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[Cor(K'_u, C_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0.734	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	-0.114	-0.726	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-0.107	-0.103	-0.550	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	-0.104	-0.100	-0.049	-0.362	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	-0.079	-0.076	-0.037	-0.382	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	-0.060	-0.057	-0.028	-0.368	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	-0.047	-0.045	-0.022	-0.352	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	-0.038	-0.037	-0.018	-0.338	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	-0.031	-0.030	-0.014	-0.325	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[Cor(τ_t, K'_u)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0.188	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	-0.234	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	-0.092	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	-0.105	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1, 2, 3, ... 9: 層番号
ただし, τ_t, K'_u については, 4~9 層をすべて第4層と考える
Cor: 相関係数

7.6 解析結果および考察

7.6.1 斜面の局部破壊確率

7.5節で示したパラメータを用いて, γ_t, K'_u, E_u を確率変数として確率有限要素解析を行うことによって, 変位, 応力の期待値, 分散, 共分散が求まる。また, 非排水強度 c_u も確率変数として斜面の局部破壊確率を求めた。いまの場合, $\phi_u=0$ としているので, 各要素のせん断破壊に対する性能関数は次の式で与えられる。

$$Q_s = c_u - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (7.52)$$

7.2節と同様にして, 破壊確率の定式化を行うことができる。

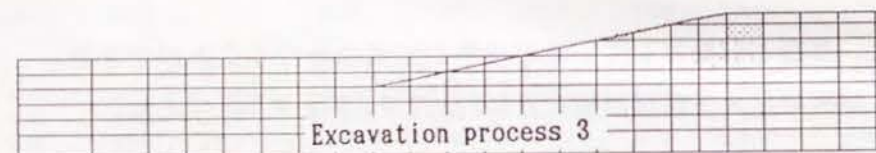
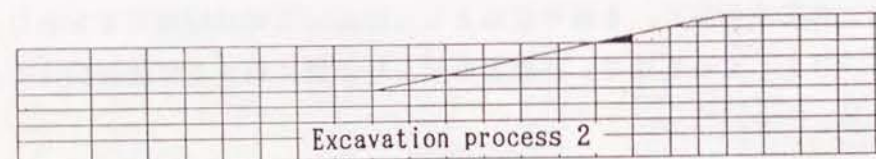
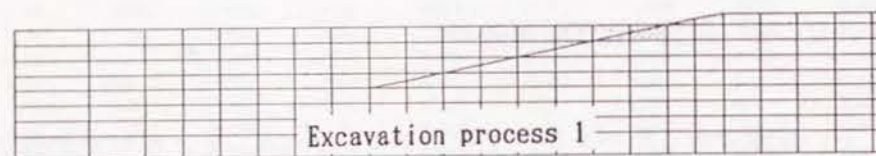
解析結果を各掘削段階ごとにFig.7.7, Fig.7.8に与えた。

(1) せん断破壊確率について

掘削1, 2段階目において, 斜面のり先のTs層(要素135, 要素145付近)に斜面全体に対して比較的大きな破壊確率が生じる。この掘削段階においては, この部分の破壊確率が最高である。更に掘削が進むと, この部分の破壊確率は小さくなってゆく。また, 要素167付近の破壊確率が掘削が進むにつれて大きくなる。掘削4段階目で, 斜面のり先(要素77, 要素78付近)に比較的大きな破壊確率が生じる。

(2) 引張破壊確率について

全掘削段階を通して, 引張破壊確率は小さいが, 掘削2段階目で地盤の掘削された表面に, 斜面全体と比較して高い破壊確率が生じているのがわかる。この高い破壊確率が生じている層はAp層で, 材料パラメータのばらつきが非常に大きく, 最小主応力の期待値が小さいことがこの原因となっている。また, 掘削が進むにつれて, 斜面のり面となる要素116付近の破壊確率が比較的大きくなる傾向がある。



PF (%)

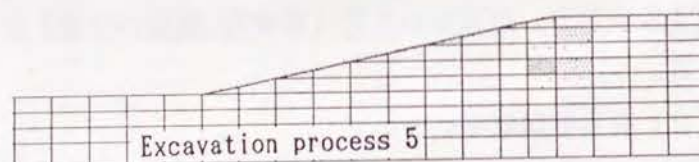
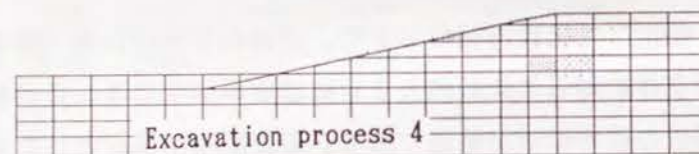
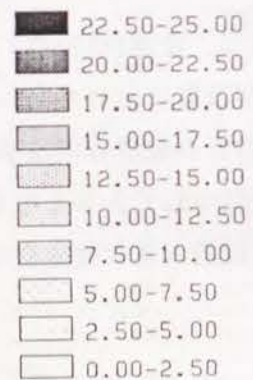
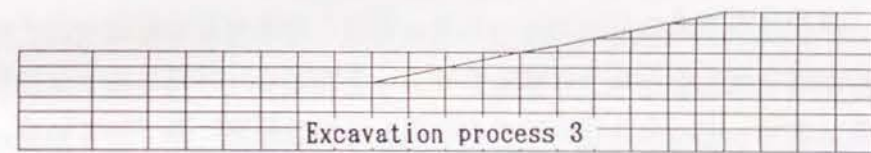
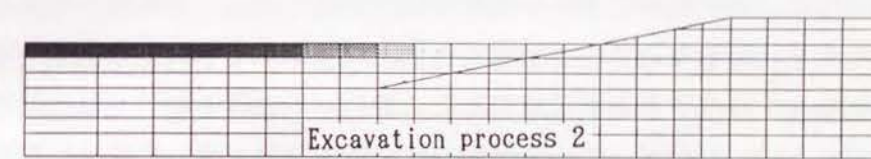
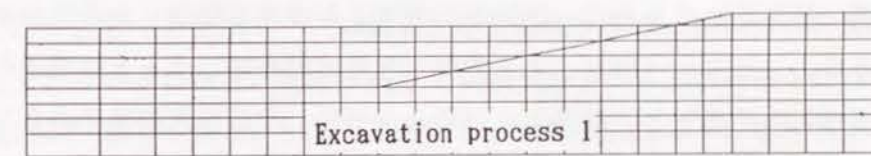


Fig.7.7 局部せん断破壊確率



PF (%)

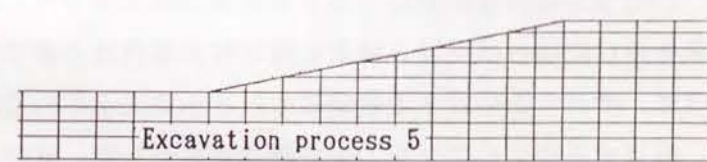
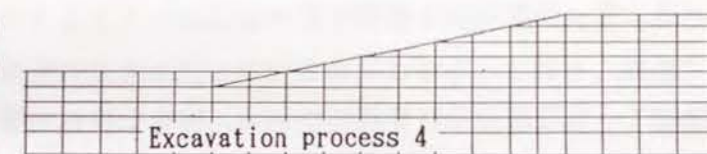
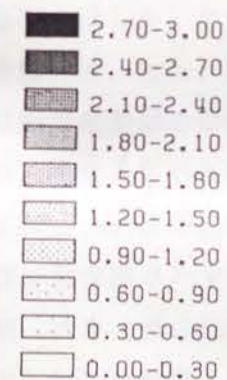


Fig.7.8 局部引張破壊確率

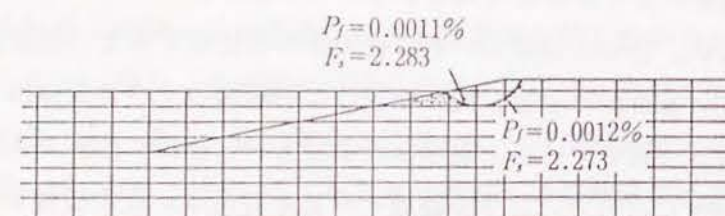
本研究では、掘削時に、地盤が線形弾性的な挙動を示すことを前提にしているが、局部破壊が起こった要素にこれを当てはめることは、きわめて不自然である。従って、破壊の前後で応力～歪関係が変化すると考えると、ある掘削段階の応力状態、強度というものは、前掘削段階である要素が破壊したか否かによって変化することになる。(即ち、ある要素が局部破壊を起こすとその要素の弾性係数と強度は著しく低下し、破壊しない場合とでは、次の掘削段階での応力状態、破壊確率の値が異なる。)したがって、ある掘削段階での破壊確率を正確に把握するためには、前掘削段階である要素が局部破壊を起こしたか否かのあらゆる組合せを考えて、対象としている段階での条件付破壊確率を計算しなければならない。しかし、これは事実上不可能である。また、本例題においては比較的局部破壊確率が小さい。したがって、本例題では全掘削段階を通して完全に線形弾性的の状態が保たれ、強度低下もしないものと仮定して計算を行った。このような仮定により、破壊確率本来の意味は薄れるが、従来の安全率法に材料パラメータのばらつきの影響を加えるという意味において、本例題の計算結果は十分に意味を持っている。また、次の全体破壊確率の計算も同様の仮定に基づいている。

7.6.2 斜面の全体破壊確率

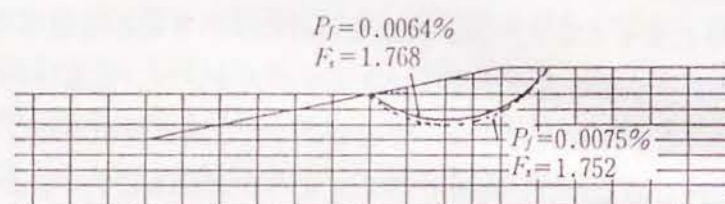
掘削1～5段階のそれぞれについて、拘束を設けた場合と設けない場合の破壊確率とすべり面を求めた。破壊確率の定式化は上記の通りであるが、 $\alpha_c = \phi \pm 45^\circ$ ($\phi_c = 0$) の計算に対しては、 ϕ の平均値を用いた。結果をFig.7.9に示したが、拘束を設けた場合は実線、拘束を設けない場合は点線ですべり面を示した。それと共に、すべり面に対する破壊確率 P_f と中央安全率 F_s を示した。また、図の下には、拘束する要素の局部せん断破壊確率を示した。掘削1段階目では、すべり面はTs層の底部に接しており、斜面先円となっている。掘削2段階目では、すべり面は、Ac₁層の底部をとっており、これも斜面先円となっている。掘削1, 2段階をとおして、拘束と非拘束のすべり面はよく一致している。掘削3段階目においては斜面のり面と斜面内部の2箇所に比較的破壊確率の大きな部分が生じる。したがって、拘束条件を設けた場合は2つの破壊モードを考えた。1つは要素135で拘束されるすべり面であり、もう1つは要素167で拘束されるすべり面である。

なお、局部せん断破壊確率をみると、要素167($P_f=6.359\%$)より要素174($P_f=7.746\%$)の方が大きい。要素135で拘束されるすべり面と要素174で拘束されるすべり面は同じ破壊モードであると考えられる。したがって、要素174では拘束条件を設けない。2つの破壊モードの破壊確率を比較すると、斜面先円の破壊確率が卓越しているのがわかる。拘束を設けない場合のすべり面は拘束を設けた場合の斜面先円と一致している。掘削4段階目も、2箇所に局部せん断破壊確率の大きな部分が生じるので、2つの破壊モードを考える。この場合も、斜面先円の破壊確率が卓越している。また、拘束条件を設けない場合のすべり面は更に深い部分を通り、拘束の場合のすべり面と比較すると破壊確率もかなり大きい。掘削5段階目でも同様に、拘束を設けない場合のすべり面はかなり深く、破壊確率も1.28%とかなり大きくなる。一方、拘束を設けたすべり面の破壊確率は0.365%であり、非拘束のすべり面の方がかなり破壊確率の大きい。要素167の局部せん断破壊確率も17.36%とかなり大きくなっており、一たび局部破壊が起これば大崩壊につながる可能性もあるので、拘束を与えたすべり面を選定することも有効である。

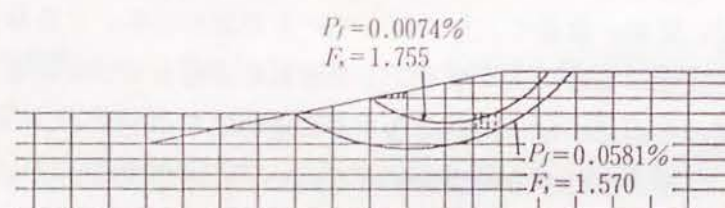
5段階の掘削を通して、掘削段階が進むにつれて、斜面の全体破壊確率が大きくなり、すべり面が深くなってゆく。Fig.7.10に掘削段階に伴う安全率と破壊確率の変化を示した。これによると、破壊確率は、掘削4段階目で大きくなり、掘削5段階目で、更に、急激に大きくなっているのがわかる。これは、掘削5段階目で斜面の危険性が急激に高くなることを率直に表現している。また、掘削2段階目で、斜面のり面にかかなり高い局部せん断破壊確率が生じる。一たび局部破壊が起これば、破壊が進行する可能性がある。この事実も見逃せない。



ELM145 P_f of shear failure = 9.149%
excavation process 1

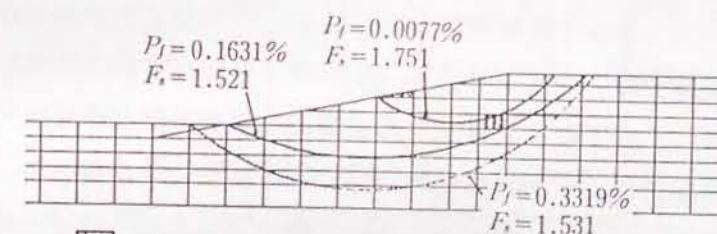


ELM135 P_f of shear failure = 24.78%
excavation process 2

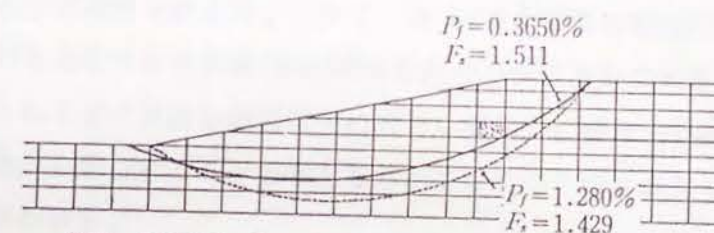


ELM135 P_f of shear failure = 14.99%
ELM167 P_f of shear failure = 6.359%
excavation process 3

Fig.7.9 すべり面と斜面の破壊確率



ELM135 P_f of shear failure = 10.33%
ELM167 P_f of shear failure = 13.51%
excavation process 4



ELM167 P_f of shear failure = 17.36%
excavation process 5

Fig.7.9 すべり面と斜面の破壊確率 (続き)

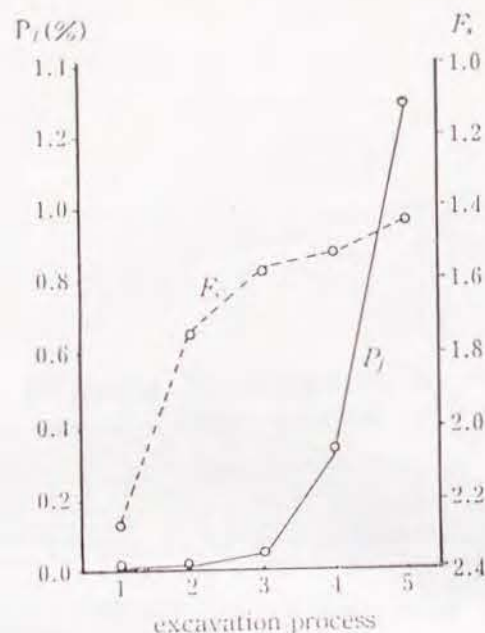


Fig.7.10 掘削にともなう安全率と破壊確率の変化

7.7 まとめ

(1) 限界状態理論に基づく状態境界面モデルを用い、非排水正規圧密状態にある地盤の (FEMによる安定解析に必要な) 材料定数の統計量の推定法を考案した。

すなわち、室内土質試験から求まる6つの基本パラメータ

$G_s, e_0, \lambda, \kappa, \phi', G_N$ の統計量から解析に必要なパラメータである

γ_t, K_0, E_u, C_u の統計量を決定することができる。そして、実際の掘削現場の不攪乱試料の試験結果をこの手法に適用した。

(2) 決定した土質定数の統計モデルを用い、確率有限要素法により、掘削斜面の安定性を破壊確率 (局部破壊確率, 全体破壊確率) で評価した。局部安全率と局部せん断破壊確率を比較すると、当然、安全率の小さいところほど破壊確率が大きくなる傾向がある。しかし、安全率と破壊確率とは違った傾向も見られる。例えば、全掘削段階を通して、破壊確率は掘削2段階目における要素135の破壊確

率が断然最大であり、最も危険であると言える。一方、確定的解析においても要素135は掘削2段階目で安全率が最小となるものの、全掘削段階をとおしてこの部分が最も危険であるということはない。また、全体破壊に対して、安全率が最小のすべり面と破壊確率が最大のすべり面は若干異なる。たとえば、掘削4段階目では、破壊確率が最大のすべり面 ($P_f=0.3319\%$) の安全率は1.531であるが、これは最小の安全率ではなく、最小の安全率1.504をもつすべり面 ($P_f=0.2353\%$) が存在する。このように、解析パラメータのばらつきを考慮に入れると確定的解析による場合とは斜面の安定性に対して異なった結果が得られる。

(3) すべり面の選定の際に、拘束条件を設けてすべり面を選定することによって、すべり面破壊に局部破壊の影響を盛り込むことができた。掘削3段階目を例にとると、この場合は、要素135と要素167の2箇所と比較的破壊確率の大きい部分が生じる。したがって、2つのすべり面を選定し、2つの破壊モードを考えたが、要素135で拘束されたすべり面の破壊確率が0.0074%なのに対して要素167で拘束されたすべり面の破壊確率は0.0581%と、要素167で拘束されたすべり面の方がはるかに破壊確率が高い。しかし、要素135と要素167の局部破壊確率 (14.99%と6.359%) を比較すると要素135の破壊確率の方がはるかに大きく、また、要素135で拘束されるすべり面は破壊確率の大きい要素174, 要素167も横切るため、破壊が局部破壊から進行することを考えると、このすべり面もかなり危険性を持っていることがわかる。

- 1)中桐 滋, 久田俊明: 確率有限要素法入門, 培風館(1985)
- 2)Vanmarcke, E.H. and Grigoriu, M.: Stochastic Finite Element Analysis of Simple Beams, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.109, No.EM5, pp.1203-1214(1983)
- 3)Vanmarcke, E.H.: Probabilistic Modeling of Soil Profiles, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.103, No.GT11, pp.1227-1246 (1976)
- 4)Vanmarcke, E.H.: Reliability of Earth Slopes, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.103, No.GT11, pp.1247-1265(1976)
- 5)Shinozuka, M.: Structural Response Variability, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No.6, pp.825-842(1987)
- 6)Shinozuka, M. and Deodatis, G.: Response Variability of Stochastic Finite Element Systems, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.114, No.3, pp.499-519(1988)
- 7)Yamazaki, F., Shinozuka, M. and Dasgupta, G.: Neumann Expansion for Stochastic Finite Element Analysis, Journal of Engineering Mechanics, Vol.114, No.8, pp.1335-1354(1988)
- 8)Cambou, B.: Application of First-order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity, Proc. of 2nd Int. Conf. Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, pp.67-87(1975)
- 9)桜井春輔, 土居康成: 有限要素法による斜面の信頼性解析, 土木学会論文報告集, No.330, pp.87-97(1983)
- 10)辰巳安良, 鈴木善雄: 確率有限要素法による護岸の信頼性設計の試み, 土木学会論文報告集, No.376, pp.49-58(1986)
- 11)Atkinson, J.H.: Foundations and Slopes, McGraw-Hill(1981)
- 12)長谷川高士, 内田一徳, 野村 孝: Critical-State 理論に基づく状態境界面

モデルと掘削による地盤内応力解析, 昭和60年度農業土木学会大会講演会講演要旨集, pp.414-415(1985)

- 13)土質工学会: 土質基礎の信頼性設計, 土質基礎工学ライブラリー28(1985)
- 14)Baecher, B.G. and Ingra, T.S.: Stochastic FEM in Settlement Predictions, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.107, No.GT4, pp.449-463(1981)
- 15)鈴木 誠, 石井 清: 確率有限要素法による斜面安定解析, 土木学会論文報告集, No.364/Ⅲ-4, pp.199-208(1985)
- 16)鈴木 誠, 石井 清: 斜面安定対策工としての水平排水管設置の最適設計, 土木学会論文報告集, No.370/Ⅲ-5, pp.209-216(1986)
- 17)西村伸一, 長谷川高士: 確率有限要素法の掘削斜面安定解析への適用と解析パラメータの推定法, 農土論集(136), pp.61-72(1988)

近年、信頼性解析理論は飛躍的に発展を見せてきた。土質工学の分野においても斜面安定、軟弱地盤の安定問題に対して多くの研究がなされている。また、確率有限要素法の発展など、信頼性解析手法における数値解析手法もかなりの発展が見られる。しかしながら、これらの研究は比較的取扱が単純な問題に集中している。すなわち、安定解析においては、通常の間接法がそのまま使用できる場合の解析が行われ、また圧密の解析においてはTerzaghiの一次元圧密が使用されることが多い。確率有限要素法でも、線形弾性問題のみを議論している場合が多い。一方、土質工学の分野では、有限要素法の連成解析手法などの数値解析手法が発達し、かなり複雑な解析が可能になった。そのようなことをふまえ、本研究では数値解析手法を駆使して、従来取り扱われてきたよりも複雑な問題を対象にした信頼性解析手法を開発することを目的とした。

本論文は特に、信頼性解析手法の軟弱地盤解析への適用法を取り扱ったものである。その具体的成果は次のようにまとめられる。

(1) 土質定数の統計モデル化手法を示し、特に、土質定数の平均値関数、標準偏差関数、自己相関関数、分布形に関する解説をおこなった。また、これらの統計量を求めるための特殊な手法として、自己回帰モデルやAIC情報規準の最小化手法を用いる場合についても解説を行った。

(2) 安定解析、圧密解析に信頼性理論を導入する理論的解説を行い、テラー展開を用いた近似手法とモンテカルロ法を用いた数値シミュレーション手法について解説することによって、信頼性解析手法の数学的理論背景を明らかにした。

(3) 盛土にともなう軟弱地盤の安定問題に関する信頼性解析を行った。解析手法としては、 $\phi_u=0$ 安定解析手法にモンテカルロ法を適用した。地盤のせん断強度を確率変数と考え、地盤の安定性を信頼性指標 β を用いて評価した。特にここでは、圧密による強度増加に着目している。圧密前後の信頼性指標を比較することによって強度増加の効果を評価することができた。

(4) 盛土にともなう軟弱地盤の圧密問題に関する信頼性解析を行った。解析手

法としては、有限要素法による連成解析手法にモンテカルロ法を導入した方法、また、その簡易的な手法としてBarronの近似解にモンテカルロ法を導入した方法を用いた。ここでは、地盤の変形係数と透水係数を確率変数とし、圧密途中におけるそれらのパラメータの変化も考慮した。地盤の時間-沈下挙動と間隙水圧をその平均値と標準偏差を用いて評価した。最初に、変形係数と透水係数を構成する各要因の変動が、解析結果である変形係数、透水係数の変動に与える影響を明らかにした。最終的に、現場の沈下観測結果と解析結果の比較を行って、本手法の実際問題への適用性を確認した。

(5) 掘削にともなう軟弱地盤の安定問題に関する信頼性解析を行った。解析手法としてはテラー展開を利用した確率有限要素法を用いた。ここでは、地盤のヤング係数、単位体積重量、静止土圧係数、非排水強度を確率変数と考えた。各掘削段階の地盤の安定性を破壊確率によって評価し、本手法の実際問題への適用可能性を確認できた。

上記(3)、(4)に示したように、本研究は、強度増加を考慮した安定解析や、パラメータの非線形性を考慮した有限要素法にモンテカルロシミュレーションを適用することにより、従来より複雑な、そしてより実際的な問題に対する信頼性解析の可能性を示すことができたといえよう。しかし、本研究はさらに包括的な信頼性設計問題にまで言及することができなかった。具体的にいえば、解析結果である破壊確率、信頼性指標、沈下量、間隙水圧の統計量を有効に用いた設計理論を示すまでには至っていない。今後は、本研究が単なる信頼性解析の研究から、信頼性設計理論の研究へ発展してゆくことが必要であろう。

浅岡法は一次元圧密の支配方程式を次の自己回帰モデル（差分モデル）に置き換えた手法である。

$$\rho_j = \beta_0 + \beta_1 \rho_{j-1} \quad (Ap-1)$$

ρ_j : ある時間間隔 Δt で時間を区切った場合の任意時間 $t = \Delta t \cdot j$ における沈下量

β_0, β_1 : 回帰係数

これを变形すると

$$\rho_j = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} - \left(\frac{\beta_0}{1-\beta_1} - \rho_0 \right) (\beta_1)^j \quad (Ap-2)$$

ρ_0 : 初期 ($t=0$) の沈下量

最終沈下量は次の式で得られる。

$$\rho_f = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} \quad (Ap-3)$$

付録-2

中瀬, 日下部, 野村によると次の補正式によって非排水強度の補正を行うことができる。

$$c_{up}/c_u = \left[\left\{ \frac{41}{(0.091 I_p + 1.017)^2 - 1} + 91 \right\} / (E_{50}/\sigma_v') \right]^{0.085} \quad (Ap-4)$$

c_{up} : 完全試料の非排水強度

c_u : サンプル試料から得られた非排水強度

E_{50} : サンプル試料から得られた E_{50}

σ_v' : 有効土被り圧

I_p : 塑性指数

本研究では, c_{up} と c_u を比較することにより, 試料の乱れの大小を確認している。ただし, 安定解析においては補正しない値を用いている。

謝辞

本研究を遂行するにあたり, 京都大学農学部長谷川高士教授には, 本研究の全般にわたりご指導を賜りました。先生には, 著者が学生時代より, 研究の基礎について多くのことを教わりました。そして, 今日, この成果をまとめることができ, ここに深甚なる謝意を表すものであります。岡山大学農学部藤井弘章教授には, 著者の今日の研究環境を与えて頂きました。本研究を進めることができたのも, 先生に時間的余裕と研究環境を与えて頂いたからこそであり, ここに謝意を表します。岡山大学農学部島田 清助教授には, 著者の研究に際して, 数々の貴重な助言と激励のお言葉を頂きました。ここに, 厚くお礼申し上げます。

京都大学農学部内田一徳助教授には, 著者が学生時代, 土質力学の基礎を教えて頂きました。著者の土質力学に関する知識の多くは, 先生のご指導によるところが多く, 本研究を進めるにあたり大いに役立ちました。ここに謝意を表します。また, 京都大学農学部菊沢正裕助手 (現福井県立大学助教授) と村上 章助手には, 著者の研究に対して多くのご討議を頂きました。ここにお礼申し上げます。

岡山大学工学部西垣 誠助教授, 竹下祐二助手をはじめとし, 工学部と農学部の合同セミナーに参加の皆様には, 多くの有益な助言を頂きました。ここに, 感謝の意を表したいと思います。

最後に, 著者が岡山大学に着任して以来の, 当研究室専攻生には, データの整理, 計算等でお世話になりました。ここに謝意を表します。